

« LA PULSATION MATHÉMATIQUE. Rigueur et ambiguïté, la nature de l'activité mathématique, ce dont il s'agit d'instruire », par René GUITART. Collection « La Philosophie en commun » (René Guitart est mathématicien). Éd. L'Harmattan. 336 pages en 135 x 215, denses mais présentation claire. Prix : 180 F. N° ISBN : 2-7384-8410-7.

L'INTRODUCTION annonce d'emblée la couleur : « Ceci est une intervention politique, contre l'enseignement et pour l'instruction, contre la didactique et l'épistémologie quand elles se dévoient. Contre l'urgence que l'idéologie des inclus pose d'avoir à éduquer, à éduquer à la citoyenneté, je pose la primauté du souci d'instruire, de former des individus faiseurs d'actes (plutôt que des connaisseurs) ».

« Instruire » de quoi ? « L'acte mathématique pur existe, et c'est cela, cette manière très spéciale de penser, dont il faut instruire... »... « instruire dans la nature de l'activité mathématique elle-même qui, alliant en acte le paradoxal de la rigueur et l'ambiguïté, tient à une certaine pulsation, une certaine capacité à jouer sans fin dans l'évidence toujours entre le sens et le non-sens, en posant radicalement et laissant pourtant éventuellement modifiable ce qui est posé ».

Voilà déjà les mots-clés qui innervent un ouvrage passionné : instruire, pulsation, rigueur, évidence...

« Dans le champ de la pratique des mathématiques, la pulsation [...] devient le centre même de la capacité de cette activité, la manière spécifique suivant laquelle la pensée mathématique se risque, et là je l'appelle la pulsation mathématique... ».

Quant à la rigueur, il s'agit ici du « sentiment du tombé-pile d'une écriture sur une intuition » qui refuse « le diktaï glacial d'une obligation artificielle »... tandis que « l'évidence, ce n'est pas quand il n'y a pas de doute, mais quand la question même du doute a disparu, s'est résorbée intégralement ».

Surtout, injonction souvent répétée : pour saisir la pulsation mathématique, il s'agit « de s'y mettre »...

Sans doute, devine-t-on déjà l'ambition de l'entreprise et le tranchant des positions... Mais comment y deviner la richesse de réflexion et d'apports que j'y ai trouvée ?

• Le livre est organisé en 101 séquences à la queue leu leu qui entrecroisent les fils des prises de position « politiques » (cf. début de mon texte) et les activités mathématiques. Un même thème se précise parfois en chaîne discontinue. Ainsi le cercle fait notamment l'objet des séquences 1, 33 à 40, 71 à 75, 78. Le style est souvent percutant, parfois difficile quand la passion multiplie les incidentes au sein de longues phrases ou quand la culture philosophique avance un vocabulaire rare. Mais il y a aussi pas mal d'humour et les propos sont directs : on ne s'ennuie pas !

Voici les titres des premières séquences :

00. But : impertinence du sens.
01. Enjeu : droite versus cercle.
02. Positions : depuis la pratique mathématique.
03. Faire de la bicyclette est paradoxal.
04. Double définition de la limite.
05. Force de l'esprit et discipline : s'y mettre.
06. Le professeur est un instructeur.
07. La violence.

• LES ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES PROPOSÉES sont généralement un régal :

Croyez-vous maîtriser, avec sa définition habituelle, le concept de cercle ? René Guitart, par l'analytique, par la « pulsation angle/distance », va prouver le contraire ! Et vous voilà entraînés vers la doubleure de Cayley, la typologie de Cayley-Klein des neuf géométries planes (grâce, dans l'alternative angle/distance, aux trois options possibles — elliptique, hyperbolique, parabolique — dans chacun de ses termes)...

« De la complexité de l'idée de rond » débute avec une jolie étude de « cercle » et « cycle » à l'énoncé initial volontairement sur-interprété (et cela a valeur d'exemple !). En décryptant, on débouche sur les géométries planes euclidiennes (« $j^2 = -1$ »), galiléenne (« $i^2 = 0$ »), minkowskienne (« $i^2 = 1$ »). Ne croyez surtout pas que c'est trop ardu. Le texte est limpide, les pré-requis élémentaires (niveau lycée) et l'auteur sait ménager l'intérêt ! Ainsi « la doubleure de Cayley » se révèle donner les complexes à partir des réels, les quaternions à partir des complexes, les octaves de Cayley à partir des quaternions, et l'auteur interroge : Que restera-t-il quand on aura oublié tout cela ? Eh bien, par exemple, que, quand on traitera des complexes, ils auront davantage d'épaisseur d'être...

Les séquences 59 à 62 mettent en place un « calcul K », « trace d'écart et de mouvements », conduisant à des groupes abéliens... et à des résultats... surprenants ($0/0 = 1$; $A \cdot 1 = A \cdot 0$; $A+0 = A+1$...) alors qu'il va se révéler que « le calcul ordinaire se constitue d'une brisure de symétrie du calcul K »...

J'ai aussi beaucoup aimé l'étude conjuguée des diverses définitions d'une limite (de fonction), d'une tangente à une courbe, qui se concluent par « définir est agencer une glissade »...

Il y a bien d'autres thèmes développés : utilisation des lettres, égalités et équivalences, nombres et figures, traitement mathématique des paradoxes, pulsation entre montrer et démontrer, « pulsation de la pulsation », fractions et proportions...

De belles méthodes sont réhabilitées, ainsi celle — de Desargues et Monge notamment — « qui considère les figures planes comme des traces ou des projections de figures spatiales » (« il y a la une dualité pulsative importante entre l'idée de " trace sur " et l'idée de " projection sur " ») : deux pro-

blèmes sont traités « à la Monge » concurremment à d'autres méthodes.

Chemin faisant, l'on retrouve, ou l'on apprend, d'excellents aperçus sur la multiplication des voies d'approche, leur conjugaison, la pulsation entre discursif et visuel, les mises en attente des définitions, la polysémie des termes et des notations, ..., la capacité de « ruminer », celle de créer, ..., les « couper-coller »...

Il y a, là-dessus, de très beaux textes, soit de l'auteur, soit de mathématiciens célèbres, ainsi pour deux pages de Poincaré (que René Guitart résumera par « pulsation ») dont j'extrais ceci : « Les coupeurs de difficultés en quatre peuvent nous rendre un double service : c'est d'abord de nous apprendre à faire comme eux au besoin, mais c'est surtout de nous permettre le plus souvent possible de ne pas faire comme eux, sans pourtant rien sacrifier de la rigueur ».

• SUR SON CHEMIN, RENÉ GUITART RENCONTRE DIVERS INTERVENANTS...

Il se méfie d'une épistémologie et d'une histoire des maths qui seraient « dévoyées ». Il râle contre les programmes détaillés qui ôtent toute liberté.

(Mais je retrouve chez lui, avec plaisir !, un principe énoncé dans les programmes de Collège de 1985 : l'exigible doit être moindre que ce qui, aussi riche et varié que possible, est pratiqué en classe...)

Surtout René Guitart secoue didactique et didacuciens. Il apprécie, certes, la théorie des situations didactiques, les débats scientifiques, les champs de concepts et ceux de problèmes. Ainsi les jeux de cadres, avec « l'idée de pulsation pour ajouter deux choses »

— pouvoir envisager d'aller (" en faisant ") du cadre connu vers un cadre inconnu,

— pouvoir envisager toutes opérations à l'intérieur d'un cadre donné sans avoir à répondre d'une orthodoxie liée au cadre ».

Mais, pour quelques lignes d'approbation, sur les points cités, combien de pages de véhémentes attaques sur d'autres ! Notamment, et il s'en justifie, René Guitart ne peut pas souffrir la « transposition didactique »...

De même, les tendances supposées de l'enseignement actuel, soupçonné de relever d'une « idéologie médiocratique », sont-elles vilipendées, d'autant que, ajoute l'auteur, « on a l'impression que l'équation conceptuel = élitiste = réactionnaire est largement acceptée et donc véhiculée par les médias.

René Guitart appelle, entre autres, à l'appui de ses thèses, un texte de Chasles qui déplore, déjà, l'abandon de l'instruction telle que la concevait la première moitié du XIX^e siècle

(Mais le retour à une « instruction » pure et dure est-il vraiment le remède aux maux actuels ?)

Pourtant, précisément, par delà les jugements

accusateurs et tranchants, ce que propose René Guitart rejoint des objectifs fondamentaux de nombre de ceux qui appellent des vents nouveaux... En effet, il n'est pas de plus belle école de liberté, de responsabilité, de plaisir que celle à laquelle « La pulsation mathématique » nous convie. De quoi redire, avec Teilhard de Chardin, « Tout ce qui monte converge ! »...

Je termine en mettant en exergue une préoccupation majeure de René Guitart : « l'inséparabilité de l'algèbre et de la géométrie ». Certes, dit-il, « personne ne trouve passionnantes la géométrie ou l'algèbre tant qu'elles sont infra-élémentaires » (encore que... en géométrie notamment, ...). « L'intérêt, et la passion, naissent de l'épreuve renouvelée de la richesse de ce qui peut, de ce que chacun, peut développer ». Pourquoi ne pas envisager, dès lors, des rénovations fondamentales où des technologies modernes seraient au service de « la pulsation mathématique » ?

En attendant, merci et bravo à René Guitart !

Henri BAREIL

APMEP
n° 427

Mars-Avril 2000