

## LA PULSATION MATHÉMATIQUE

*Rigueur et ambiguïté,*

*La nature de l'activité mathématique,*

*Ce dont il s'agit d'instruire.*

René Guitart. *La philosophie en commun*. Ed. l'Harmattan. 336 pages.

Voilà bien un livre que tous les professeurs de mathématiques devraient se donner la peine de lire et, a fortiori d'une certaine façon, tous les didacticiens des mathématiques et ce, bien qu'il ne soit pas d'un abord facile et qu'on y rencontre, soutenues avec force, bon nombre de thèses qui pour le moins ne vont pas dans le sens de ce qui se défend habituellement sur ces sujets.

Pourquoi j'invite le lecteur de Repères à «aller voir» et, s'il entreprend cette lecture, à persévérer dans l'approfondissement d'un texte aride où il faut souvent s'entêter à vouloir comprendre ce que l'auteur veut nous dire de profond (après plusieurs lectures je suis loin d'avoir tout compris) ?

C'est parce que le peu que j'ai compris de cet essai très risqué de saisie sur le vif de l'activité mathématique (à ma connaissance personne n'a osé à ce point tenter une telle aventure) m'a formidablement enrichi dans la compréhension de notre activité de mathématicien, de professeur de mathématiques, et m'incite à être plus vigilant vis-à-vis de la pertinence de mon positionnement dans mon activité de didacticien des mathématiques.

Toute personne qui a pratiqué véritablement l'activité mathématique, qui «s'y est mis une fois», a ressenti confusément que faire des mathématiques, c'est bien entendu entrer dans l'abstraction, chercher à être rigoureux et logique, c'est vouloir savoir avec précision de quoi on parle, avoir des définitions claires et solides afin d'éviter d'entrer dans des cercles vicieux et d'échapper aux contradictions, etc. etc. mais... en même temps, chacun comprend aussi que faire des mathématiques, ce n'est pas que ça, «c'est faire ça et le contraire de ça» !

En pratique, on sent bien que l'activité très abstraite du mathématicien est sans cesse nourrie d'une pensée et d'images très concrètes, que la rigueur en mathématique c'est précisément de ne pas tout dire et de ne pas tout montrer et démontrer, qu'elle passe par du «su et de l'insu», du «dit et du non dit».

D'instinct on réalise que faire des mathématiques, ce n'est surtout pas non plus mettre en œuvre systématiquement les formalismes et les règles de la logique, c'est en même temps fixer les choses, les axiomes, les définitions, les noms de variables, les valeurs des paramètres, et néanmoins considérer que ce qui est a priori intangible est toujours révoquant quand

cela devient nécessaire pour garder le sens ou donner un nouveau sens ; faire des mathématiques, c'est par le symbole « = » pratiquer le jeu du même et du différent, du fixe et du bouge, de la non contradiction et de l'affrontement des situations paradoxales.

Tout cela, chacun le ressent confusément quand il fait des mathématiques, mais il n'ose pas le dire, se le dire, le dire et le conseiller à ses élèves, encore moins inventer des situations didactiques qui permettraient aux élèves de vivre ce désordre organisé.

Ce vécu profond de l'activité mathématique nous semble trop décousu, incohérent, instructurable pour que nous tentions de le décrire et a fortiori d'en instruire ; d'où l'idée pour certains que les mathématiques ne s'enseignent pas — c'est un art qui se pratique ou au mieux se montre (c'est paradoxalement d'ailleurs la thèse défendue à certains endroits par l'auteur). Pour d'autres, la grande majorité des professeurs d'aujourd'hui — y compris dans le supérieur — la thèse implicite est que ce cœur même de l'activité mathématique est réservé à une élite, aux nobles, aux bien-nés, aux nantis des activités intellectuelles et que, pour la grande majorité des élèves et des étudiants, ce dont on doit instruire n'est surtout pas ce savoir-faire risqué et utopique appelé ici «la pulsation mathématique» ; pour les tenants de cette thèse, ce qu'il faut enseigner c'est au contraire cette mathématique scolaire totalement «transposée» et réorganisée pour être apprise, activité où le risque et le doute sont exclus, où «la force de l'esprit de l'élève n'est pas convoquée», car il serait dangereux, inefficace, voire nuisible d'entraîner la masse dans ce tourbillon d'attitudes contradictoires que semble requérir l'activité mathématique véritable.

L'apport extraordinaire de l'auteur dans ce livre est qu'au cours de ces trois cents pages il s'oblige à identifier, à fonder (il permet au lecteur d'identifier et de fonder peu à peu) la structure de cet apparent désordre, il lui donne une cohérence et une fonctionnalité au niveau de la formation de l'esprit, il nous montre en quoi il est odieux sous cet éclairage de vouloir réserver ce savoir-faire à quelques-uns et il montre pourquoi en instruire tous nos élèves à tous les niveaux est premier, pourquoi l'enseignant des concepts, des formules, des méthodes et des calculs, si importants et si

nécessaires soient-ils, doit néanmoins être considéré comme second, doit s'effacer ou être au service de l'instruction de ce savoir-faire fondamental : la pulsation mathématique, structuration cohérente d'attitudes d'apparences contradictoires, le fixe et le bouge, le su et l'insu, le dit et le non dit, le montré et le caché, etc. etc.

Reprenant et prolongeant le projet de Descartes, René Guitart nous propose de saisir l'activité mathématique de la façon suivante :

*Faire des mathématiques, c'est prendre le risque de faire de son non doute le synonyme de vérité.*

C'est personnellement tout le bonheur que les mathématiques m'ont apporté (et j'ai toujours eu le sentiment que c'est ce qu'elles apportent fondamentalement à tous ceux qui en font) : la découverte de la force de l'esprit, ces moments où l'activité mathématique nous installe dans la position où le non doute ou l'évidence (i.e. le moment où la question du doute a disparu, s'est résorbée intégralement) peut être posée comme la garantie du vrai (c'est vrai, non parce qu'on me le montre, parce qu'on me le dit, parce que c'est écrit, non, c'est vrai, parce que mon esprit me montre que ça ne peut être autrement).

La position humaniste qui nous est proposée à ce niveau est alors « le fait que l'on peut savoir penser, que penser est une technique humaine, qu'il est possible de mettre à la disposition de chacun comme un pouvoir personnel ».

La thèse fondamentale défendue par l'auteur est alors que « la croyance du professeur en matière intellectuelle est qu'il y a force de l'esprit, et que sa destination personnelle est de mettre cela à la disposition de l'élève. Sa position éthique est de maintenir décisivement que tout le reste est secondaire. »

Voilà... !

Il me semble que je ne peux expliquer plus ce qui est dit et redit inlassablement sous des registres différents sur ces trois cents pages, si difficiles à lire, je le répète, qu'on a souvent envie de « lâcher » car soit on ne comprend plus, soit on a l'impression que l'auteur ressasse les mêmes choses; mon expérience me montre qu'il ne faut surtout pas « lâcher » car en fait, dans ce mouvement obsessionnel d'analyse de l'activité du mathématicien, se déploie, se précise, s'ajuste et se réajuste ce qu'il y a d'essentiel et ce qu'il ne faut pas occulter au risque de se méprendre sur le sens, ce qui doit être tenu pour second — mais non secondaire — car néanmoins nécessaire pour que l'essentiel « tienne ».

L'auteur aborde bien évidemment le problème de la didactique des mathéma-

tiques ; la critique sans complaisance des travaux de la communauté française, rarement inutilement polémique, se consacre au problème de fond qui me paraît le plus central : la didactique des mathématiques, en se voulant science (i.e. assertions avérées, vérifiables expérimentalement) ne se condamne-t-elle pas, notamment avec le concept de transposition didactique, à passer à côté de l'essentiel, ne se trouve-t-elle pas obligée du coup de justifier, de normaliser, de pérenniser en le rendant nécessaire ce que l'enseignement dans sa majorité réussit le mieux mais qui est en réalité son échec profond, i.e. arriver à enseigner des pratiques scolaires très éloignées de l'activité mathématique ?

Du coup, la didactique ne finit-elle pas (parce que ça rentre mal dans les canons de sa recherche en tant que science) par oublier de chercher l'essentiel : ce qui pourrait permettre au professeur de réussir à instruire ses élèves de ce savoir-faire fondamental qu'est la pulsation mathématique.

Autant on peut être réservé sur les solutions didactiques que l'auteur avance et qui sont, me semble-t-il pour l'essentiel, de l'ordre de la monstration — « si le professeur pratique véritablement cette pulsation mathématique devant ses élèves, ils vont être entraînés, ils vont, par imitation, s'y mettre eux aussi » —, réservé, car précisément les éléments qui me paraissent les plus solides en didactique tendent à nous montrer que l'injonction paradoxale « faites comme moi » n'entraîne le plus souvent que ceux qui étaient déjà prêts, autant la proposition de faire réfléchir l'ensemble de la communauté des mathématiciens à la nécessité d'une réorientation de nos choix pédagogiques et la demande faite à la communauté des didacticiens de s'interroger sur la signification et la portée de ses choix de recherche me paraissent très pertinentes et fondées.

Je crois personnellement à la pertinence de bon nombre d'outils de la didactique pour aider le professeur à mieux enseigner les mathématiques qu'il comprend, mais je pense aussi comme l'auteur que cette pertinence peut devenir perverse si on se trompe sur les priorités au niveau de ce qu'on pense devoir enseigner.

Le livre de René Guitart est à mon avis capital car de façon non réductrice et non naïve il pose la question de ce qui est fondamental dans l'activité mathématique, et par suite de ce qui doit s'effacer sans disparaître pour que l'essentiel reste premier dans l'enseignement, et il nous donne de nombreuses raisons de comprendre pourquoi une idéologie des inclus, une fausse idée de la démocratie et de l'humanisme, éventuellement prônées par les plus hautes instances de l'Education Nationale nous poussent dans l'action à inverser dramatiquement les priorités.

C'est à mon avis la dignité, l'utilité, l'éthique des intellectuels que nous sommes en tant que professeurs mathématiciens que de savoir résister aux idéologies perverses, que d'avoir assez de force d'esprit pour se poser la question des priorités et de se battre pour qu'elles soient respectées.

C'est en tout cas la dignité, la force et l'intérêt de ce livre ; bien que et parce que je ne partage pas toutes ses thèses, je remercie son auteur de l'éclairage qu'il peut nous apporter si on ne se prive pas de sa lecture, en tout cas je le remercie de ce qu'il m'a apporté et qui m'aide à cheminer, à penser, à repenser (car pouvant mieux nommer) ce qu'il y a de plus intime et de plus fondamental dans l'activité qui nous préoccupe ici : « faire des mathématiques ».

Marc Legrand