Licence Chimie - L2 – Parcours Chimie
Université Paris 7
Année universitaire 2006-2007

Partiel du module « Outils mathématiques pour les chimistes » OT3
Lundi 4 décembre 2006, de 10h45 à 12h30.

.

Exercice 1 (5pts):

Avec $c(n) = n^3/n!$, On considère la série $S(x) = x.+c(2)x^2+c(3)x^3+\ldots+c(n)x^n+\ldots$

1- Montrer que cette série S(x) converge pour toute valeur de x.

2- Donner un majorant explicite de S(10).

Exercice 2 (5pts):

On considère un signal périodique de période 2 dépendant du temps, $t \in [-\infty ; +\infty]$, défini par : $f(t) = t^2$ pour $-1 \leq t \leq +1$.

1- Représenter f(t), préciser sa parité et sa périodicité et écrire, de manière générale, le développement en série de Fourier de f(t) en fonction des coefficients a_0 ; a_n, b_n

2- Calculer la valeur moyenne du signal au cours du temps.

3- Expliciter les coefficients a_n et b_n du développement en série de Fourier de f(t).

Exercice 3 (5pts):

1- Énoncer la formule de Green exprimant toute intégrale curviligne sur un contour fermé à une intégrale double sur la région limité par ce contour.

2- Calculer l'intégrale curviligne sur l'ellipse $x = a \cos t$, $y = b \sin t$ de la forme différentielle $ydx-xdy$.

3- Calculer l'aire de l'ellipse.

Exercice 4 (5 pts)

1- Comment s'écrit la conversion des coordonnées polaires $[r, \theta]$ aux coordonnées cartésiennes (x,y) ? Comment s'écrit l'élément de surface dS dans le système de coordonnées polaires ?

2- En utilisant les coordonnées polaires, calculer l'aire A du cercle C de rayon r =3.

3- Avec $D = \{ (x,y) \in R^2 ;\ 0 \leq \theta \leq \pi/2 \text{ et } \theta \leq r \leq 2\theta \}$, et en utilisant les coordonnées polaires, calculer

$$I = \iint_D (x^2 + y^2)\, dx\, dy$$

4- En coordonnées sphériques, on définit un point par les trois coordonnées r, θ et ϕ telles que :$r \in [0, +\infty[$, $\theta \in [0, \pi[$ et $\phi \in [0, 2\pi[$. La conversion des coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes s'écrit : $x = r \sin(\theta) \cos(\phi)$, $y = r \sin(\theta) \sin(\phi)$, $z = r \cos(\theta)$. Déterminer la valeur de l'élément de volume dV dans ce système de coordonnées.

5- Calculer le volume de la sphère de rayon r =3.