Candidature de

René Guitart

à la charge de Directeur de Programme au CIPh

Titre du Programme : Théorie des catégories et Philosophie.

Je suis *mathématicien*, spécialiste de la théorie des catégories (domaine où j'ai publié plus de 60 articles, dont ma thèse d'état soutenue en 1979). La théorie des catégories a environ 200 spécialistes dans le monde, dont une dizaine en France. Mais des milliers de mathématiciens ont à s'en servir pour des raisons très variées, et y contribuent incidemment.

Afin que le non-spécialiste entende un minimum de ce que je propose, je voudrais d'abord rappeler le point de départ de la théorie des catégories.

- Dans les Math. Annalen Bd XLVI, p.481-512, Cantor écrit, pour commencer :

> *Nous appelons "ensemble" [Menge] toute union* M *d'objets de notre conception* m, *déterminés et bien distincts, et que nous nommerons "éléments" de* M.
> *Nous écrirons ainsi*

$$M = \{m\}$$

- Dans les Trans.Am.Math.Soc Volume 58, N°2, pp.231-294, Eilenberg et MacLane écrivent, pour commencer leur chapître I :

A partir des exemples des "groupes plus homomorphismes" ou des "espaces plus applications continues", nous sommes conduit à la définition suivante. Une **catégorie [category]** $\mathcal{U} = \left\{A, \alpha\right\}$ *est un agrégat d'éléments abstraits A (par exemple des groupes), appelés les* **objets [objects]** *de la catégorie, et d'éléments abstraits α (par exemple des homomorphismes) appelés les* **morphismes [mappings]** *de la catégorie. Certaines paires de morphismes* $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathcal{U}$ *déterminent de façon unique un morphisme produit* $\alpha = \alpha_2\alpha_1 \in \mathcal{U}$, *cette donnée étant assujetti aux axiomes* C1,C2,C3 *ci-dessous. Correspondant à chaque objet* $A \in \mathcal{U}$ *il y a un unique morphisme, dénoté par* e_A *ou par* $e(A)$, *cette donnée étant assujetti aux axiomes* C4 *et* C5. *Les axiomes sont :*

C1. *Le triple produit* $\alpha_3(\alpha_2\alpha_1)$ *est défini si et seulement si* $(\alpha_3\alpha_2)\alpha_1$ *est défini. Si chacun est défini, la loi d'associativité*

$$\alpha_3(\alpha_2\alpha_1) = (\alpha_3\alpha_2)\alpha_1$$

est valide. Ce triple produit sera écrit comme $\alpha_3\alpha_2\alpha_1$.

C2. *Le triple produit* $\alpha_3\alpha_2\alpha_1$ *est défini chaque fois que les deux produits* $\alpha_3\alpha_2$ *et* $\alpha_2\alpha_1$ *sont définis.*

Définition. *Un morphisme* $e \in \mathcal{U}$ *sera appelé une* **identité [identity]** *de* $\mathcal{U}$ *si et seulement si l'existence de n'importe quel produit* $e\alpha$ *ou* βe *implique que* $e\alpha = \alpha$ *et* $\beta e = \beta$.

C3. *Pour chaque morphisme* $\alpha \in \mathcal{U}$ *il y a au moins une identité* $e_1 \in \mathcal{U}$ *telle que* αe_1 *soit définie, et au moins une identité* $e_2 \in \mathcal{U}$ *telle que* $e_2\alpha$ *soit défini.*

C4. *Le morphisme* e_A *correspondant à chaque objet A est une identité.*

C5. *Pour chaque identité e de* $\mathcal{U}$ *il y a un unique objet A de* $\mathcal{U}$ *tel que* $e_A = e$.

Ces deux axiomes affirment que la règle $A \longrightarrow e_A$ *produit une correspondance bijective entre l'ensemble de tous les objets de la catégorie et l'ensemble de toutes ses identités. Il est ainsi clair que les objets jouent un rôle secondaire, et pourraient être entièrement omis dans la définition d'une catégorie. Cependant la manipulation des applications serait légèrement moins aisée si cela était fait.*

On écrit la donnée d'un morphisme "$\alpha : A \longrightarrow B$", et l'on "visualise" une catégorie comme un "diagramme" constitué de sommets A,B,... et d'arêtes α, β, ... entre ces sommets, ces arêtes pouvant se composer entre elles lorsqu'elles sont consécutives, et cette composition étant unitaire et associative.

Dans la notion d'ensemble, la "distinction" (des éléments), et la "fusion en un" (des éléments, pour se constituer en l'ensemble), sont conceptuellement unies. Voir sur l'importance philosophique de ce geste *L'Etre et l'Evènement* de Badiou.

Dans la notion de catégorie la notion d'ensemble est supposée (on parle pour commencer d'*agrégat*, et plus loin on parle de *l'ensemble de tous les objets*), - et il faudrait d'ailleurs discuter profondément du caractère nécessaire de cette supposition (par exemple vis-à-vis du problème de construction d'un univers de discours, la notion de catégorie, débarrassée de son présupposé ensembliste, est-elle fondatrice ?).
Mais ensuite la considération des morphismes [mappings] instaure un jeu relationnel entre les objets, et aussi bien entre les morphismes eux-mêmes, dès lors que l'on considère également les produits de morphismes. La notion d'ensemble nous dit qu'il y a de la légitimité à considéré une multiplicité, constituée par des distinctions nets mais qu'il n'est pas nécessaire de nommer et de manipuler explicitement, comme faisant un. La notion de catégorie nous dit qu'il y a de la nécessité algébrique à considéré un jeu relationnel entre des objets distincts, jeu relationnel désignable par un "calcul de morphismes" explicitement manipulable, aussi bien de façon interne (calcul des produits ou compositions de morphismes), que de façon externe en considérant que ce jeu fait un.
Ce qui nous importe dans le "changement" entre la notion d'ensemble et la notion de catégorie considérées comme deux façons de faire un, à partir de distinctions, c'est donc que dans une catégorie, en même temps que les objets sont donnés comme distincts, ils sont donnés comme n'étant pas sans rapports, des liens entre eux étant concrétisés à l'intérieur même de la catégorie par la donnée des morphismes. Dans une catégorie *les*

objets sont distincts <u>*et*</u> *ne sont pas sans rapports.*
Plus tard, lorsque Kan introduira la définition des foncteurs adjoints, Yoneda le lemme appelé depuis Lemme de Yoneda, Ehresmann les notions de "local" et "catégorie et groupoïde inductive", et Grothendieck la construction de la localisation et la notion de topos, on va comprendre que cela sur quoi le catégoricien insiste en propre, à la différence du théoricien des ensembles, c'est moins le fait que la catégorie fasse un que le fait que dans la catégorie il y ait des liens, et ce à tel point que (c'est le lemme de Yoneda) chaque objet est caractérisé par la seule donnée de ses rapports avec les autres objets, et chaque morphisme par la donnée de son action sur les rapports aux autres objets de son objet source et de son objet but.
Autrement dit si l'efficacité première de la théorie des ensemble vient du fait que ce qu'elle manipule (les "ensembles") sont de "pures collectes", l'originalité de la théorie des catégories est que ce qu'elle manipule (les "catégories") proposent dans le jeu des morphismes des "analyses géométriques de la différence et mêmeté entre objets distincts".
Cela nous intéresse par rapport à une théorie de l'objet qui change, telle qu'elle fait souci dans les articles de J. Roubaud (I.A Présentation d'une théorie générale du changement) et de P. Roubaud (I.B L'objet qui change), pp. 16 à 40 et pp. 41 à 59, dans le volume Change de forme, Colloque de Cerisy-La-Salle, 2-11 juillet 1973, 10-18,n°976.

Ceci rappelé, pas plus que la théorie des ensembles ne se réduit à la définition des ensembles, la théorie des catégories ne se réduit pas à la définition des catégories, et un développement considérable à été effectué sur cette base, la théorie arrivant de nos jours à maturité.

Depuis son invention il y a près de 50 ans par Eilenberg & Maclane, la *théorie des catégories* s'est développée comme outil essentiel pour la géométrie (topologie algébrique, géométrie algébrique, géométrie différentielle) comme pour l'algèbre (théorie des structures, algèbre commutative, algèbre homologique) et pour la logique (logique intuitioniste, λ-calcul, logique des systèmes informatiques).

Dans cette théorie les mots : *naturalité, objet, transformation (morphismes), localisation, globalisation, interne, externe, structure*, ont un sens technique précis, leurs articulations sont élaborées, et ainsi il n'est pas de "mathématicien pur" qui n'en ait nécessairement quelques lueurs et ne l'utilise parfois au moins comme langage.

Mais cette théorie est plus qu'un langage de plus, et comporte en elle-même un style, une façon de penser la question des mathématiques, et une façon de faire des mathématiques.

Les notions de structures algébriques (l'"algèbre universelle", et en particulier le va-et-vient syntaxe/sémantique) et de structure non-algébrique (e.g. les topologies, les variétés) sont maintenant compréhensibles dans le cadre de la théorie des catégories et spécialement de ce que l'on appelle *esquisses* et *topos*.

Dans le cadre des esquisses (où la syntaxe est décrite à l'aide de "propriétés universelles" déterminant un objet par son lien à son environnement) se formulent naturellement les problèmes d'*écritures*, sous l'angle algorithmique.

Dans le cadre des topos (qui sont des catégories spéciales où peut s'interprèter la logique intuitioniste) sont formulées au mieux les questions de *localité*, et s'élabore la question de l'espace.

L'écriture, apprêtée au calcul ou constitution de son espace, est elle-même objet d'un calcul qui est l'algèbre *linéaire* générale (calcul des produits tensoriels et des suites exactes, problèmes dit de cohérences) ou algèbre homologique, qui est le centre de la théorie des catégories.

Certainement, sans la théorie des catégories la maîtrise que nous avons aujourd'hui de l'écriture, de la localité, de la linéarité, tant dans leurs aspects algébriques que géométriques, ne serait pas, pas plus que ne serait comprise l'articulation même entre algèbre et géométrie.

La théorie des catégories comme processus ouvert vise la maîtrise de cette maîtrise, au jour le jour de ce qui se fait en mathématiques, et en ce sens est une *logique de l'activité mathématique*.

Je crois nécessaire de commencer véritablement *l'élaboration du lien entre la théorie des catégories et la philosophie* (comme il a déjà été fait pour la théorie des ensembles en son temps) : ceci est mon projet.

Je candidate donc à la charge de Directeur de Programme dans l'orientation *Philosophie et science*, afin de poursuivre cette recherche d'une façon plus ouverte, qui permette d'introduire à la question un auditoire de non-spécialistes, et qui permette également l'intervention d'autres mathématiciens et de philosophes intéressés.

Pour être bien clair, j'insiste sur le caractère tout-à-fait spécifique du projet. Il ne s'agit ni d'épistémologie ni d'histoire des mathématiques (quoique de ces points de vues je trouverai opportun que, vis-à-vis du statut de la théorie des catégories, des intervenants se manifestent). Pour ce qui me concerne en propre, l'enjeu est le déploiement, au titre d'artisan catégoricien, du nouage insécable entre mathématique et philosophie, nouage résidant dans la mathématique considérée non pas comme pure collection de mathèmes finaux, mais comme la tension même entre poème et mathème. Je crois que, sur une autre voie que celle de l'usage et du commentaire hors-mathématique de la théorie des catastrophes, des structures fractales, des systèmes dynamiques, la théorie des catégories à un rôle à jouer dans le lien mathématique-philosophie. Non pas qu'il s'agisse de croire que l'usage fait par le catégoricien des notions de naturalité, objet, transformation, localisation, globalisation, interne, externe, structure, soit isomorphe à un quelconque usage philosophique nécessaire de concepts affectables à ces notions, quoique dans leur usage même ces notions ne soient pas sans rapports avec des concepts ou notions philosophiques comme l'immanence, l'un et le multiple, le logos. Mais le point crucial est que ce système de notions catégoriques est le moyen pour l'activité mathématique actuelle de se saisir elle-même vivante et d'incorporer cette saisie à son développement. Pour dire cela autrement, la théorie des catégories est, comme doctrine, ce qui tend à saisir le sujet "mathématicien au travail" et à le rendre transparent à soi. Tache infinie. Tel est le sens de la recherche de "naturalité" en mathématique, en permanente tension avec la singularité de l'invention toujours renouvelée de nouveau axes de repérages et de nouveaux objets singuliers. Logique de l'activité mathématique donc, au sens de l'élaboration de ce qui arrive *nécessairement* dans cette activité, maintenant. Et mon projet est donc de déployer le noeud que constitue cette logique avec la philosophie.

Dans cette visée je pose que l'essentiel est la *théorie du sujet* et la *logique de l'écart* (manque ou excès). La pensée "catégorique" donne à entendre, à penser, voir à modèliser des énonciations "inconsistantes" de Pascal, Descartes, Hegel, et Lacan ; et, en retour la fréquentations de ces auteurs propose des idées au "catégoricien".
Il est possible par exemple, à condition de saisir chez Pascal comme essentielle la distinction entre l'ordre de l'inscription et l'ordre de la décision, de considérer Pascal comme un intuitioniste au sens moderne du terme, d'élaborer une "double logique" (décrite par la donnée d'un morphisme d'un topos vers un topos booléen) cohérente compatible avec l'ordre du discours dans les *Pensées*.
Un autre exemple est le rapport, mis en place par Lawvere, entre la dialectique hégelienne et la théorie des foncteurs adjoints et des topos. Ce à quoi je rapporte également la question du Cogito.
Egalement, sans revenir à l'intérêt manifesté par Lévi-Strauss pour les catégories dans la visée structuraliste, il y a une possibilité de saisir une partie du discours lacanien sur le sujet et l'inconscient en termes de catégories, et d'en proposer des modèles dynamiques consistants, en termes de topos.

A vrai dire, par son ontologie géométrique sous-jacente, par son installation à priori de la résidence, de la localité, la théorie des catégories a, vis-à-vis de la question du sujet un tout autre statut que la théorie des ensembles.
Dans le travail catégorique, l'équivoque est installée, ménagée, gérée. C'est indispensable dans la perspective de recherche de naturalité. Et ce qui est complètement remarquable, et totalement

absent de la théorie des ensembles qui elle, au détour d'un théorème d'incomplétude ne fait que buter sur la question, c'est le fait de cette gestion effective de l'équivoque, possible en général dans le cadre catégorique, en extension du calcul de l'ambiguité dans la résolution des équations inventé par Galois.
La théorie du sujet éclaté en une cohérence d'instances distinctes et indiscernables, comme la question adjacente du bord rationnel de l'irrationnel, ou si l'on veut de la trace dans le rationnel de l'irrationnel comme effet de structure, ne peuvent faire l'économie de la confrontation au plan philosophique avec la pratique des catégoriciens face à l'équivoque dans le champs du travail mathématique. De ce point de vue le structuralisme est inachevé.

J'ai commencer le travail dans ce sens dans le texte conclusif de ma thèse (texte intitulé *Qu'est-ce que la logique dans une catégorie?* paru en 1982 dans les Cahiers de Topologie et Géométrie différentielle). Depuis septembre 1986 je m'y consacre principalement.

A ce sujet j'ai donné du 10 octobre 1990 au 23 janvier 1991 un séminaire de 12 séances au CIPh, intitulé : *Calcul de l'ambiguité, logique géométrique, et psycho-analyse,* avec comme programme :

A- Les moyens de l'algèbre versus l'ambiguïté dans la résolution algébrique des équations.
Les moyens de la cinématique versus la covariance cinématique.

B- Le sentiment d'identité comme question du lien entre la covariance et le calcul des infimes.

C- Nomination et caractère local de la vérité. Forme géométrique de l'intuitionisme. Logique des miroirs. Logique des cycles. Logique des dialectiques. Choix et négations.

D- Courbure de la raison, caractère global de la vérité. Nomination de l'innommable, dévoilement du rien.

Il s'agissait donc de montrer, par des commentaires et des constructions sur la théorie de Galois et les fibrations, le mathématicien en prise directe avec la question de l'ambiguité et son calcul (en fait il n'est peut-être pas si net pour les non-spécialistes que les mathématiques ne soient pas disqualifiées à priori dès lors que l'enjeu est la maîtrise *naturelle* de l'équivoque, alors que cette question est le coeur même des mathématiques!), et la possibilité d'établir entre cette "prise" et celle du philosophe avec la question de la vérité ou celle du psychanalyste avec l'inconscient un nouage profond. Concrètement je donnais pour la circonstance une façon catégorique d'envisager l'inconscient, ou plus précisément le reste rationnel du travail de l'inconscient, comme homologue au travail du mathématicien avec la catégorie des fibrations.

Dans le fond la thèse en jeu, et qu'il s'agirait de revisiter dans ce projet, était que la mathématique comme activité, dans sa singularité et dans sa régulation catégorique, est identique à la trace rationnelle du lien rationnel/irrationnel. Le point fort étant que la structure même du rationnel considérée comme identique au bord du rationnel, est "travaillable", que du calcul réglé sur cette structure est possible et pointe sur la zone limite ou l'irrationnel est touché, en livrant quelque chose. Ce que j'appelle la courbure de la raison.

Depuis je poursuis le travail dans un livre qui sera achevé dans quelques mois, à paraître en 1993, intitulé : *La courbure de la raison.*

Sur le plan du déroulement du projet j'envisage les choses comme suit.

- dans un premier temps je propose comme activité l'achèvement du livre *La courbure de la raison*, ce qui m'occupera jusqu'à l'été.

- ensuite je propose donc d'organiser un séminaire et/ou un groupe de travail sur la théorie du sujet et la théorie des catégories (avec en particulier "lecture" de Pascal et de Lacan).

- en même temps (voir dans la même structure), j'aimerais organiser une série d'exposés par des intervenants extérieurs (catégoriciens, philosophes, linguistes, biologistes) dont le travail se frotte à l'approche catégorique. J'en connais personnellement une petite douzaine de tout-à-fait intéressants. Au plus près de mes propres préoccupations, il y a par exemple Jean Bénabou avec son travail sur les "ensembles empiriques", Andrée Ehresmann avec son travail sur les "systèmes évolutifs" et "systèmes vivants", Jacques Penon avec son travail sur les modèles catégoriques du "calcul infinitésimal", Albert Burroni avec son travail sur la "ré-écriture à n dimensions". Je pense aussi à Christian Lair, Dominique Bourn (catégoriciens), et à des non-catégoriciens comme J. Riguet (mathématicien), J. Roubaud (catégoricien et poète), P. Lusson (mathématicien et musicien), A. Badiou (philosophe), J.N. Salanskis (philosophe), P. Stochinger (linguiste), J.M. Vappereau (psychanalyste). Toutes personnes qu'il serait intéressant de faire contribuer, car la question du lien "catégories et philosophie" les intéresse véritablement.

Je crois vraiment que cette question du lien "catégories et philosophie" est aujourd'hui à envisager pleinement, à plusieurs, la théorie des catégories étant arrivée à maturité, consciente d'elle-même, et un lieu ouvert pour ce travail est nécessaire.

- un peu plus tard, peut-être après un an de fonctionnement, j'envisagerai l'organisation d'un colloque "Catégoriciens et philosophes", dans un collaboration Ciph/Paris 7 ou Ciph/SMF.

- bien entendu je suis disponible pour diriger les travaux de candidats au Diplôme du CIPh, comme pour quelque chose comme une "formation continue" à la théorie des catégories pour "humanistes".

- ultérieurement, après un déploiement suffisant de la question de l'espace et de la topologie du sujet, soit peut-être au bout de deux ans, j'envisage d'aborder, toujours en catégoricien, la question suivante, qui est celle de l'économie libidinale, ou si on veut le dire dans un autre langage, celle des conséquences

normatives de la courbure de la raison, ou encore celle de l'établissement des *lois* de déduction dans une logique du manque, lois nécessaire en vertu de l'incomplétude posée pour commencer une telle logique. Ce qui est aussi étroitement lié à la théorie (à concevoir) de la métaphore.
Cette *question des lois* admet quelque fils directeurs venant de la théorie des catégories, fils que j'ai élaborés mathématiquement en visée de l'activité mathématique (à savoir un calcul des variations structural, comprenant aussi bien le calcul classique des variations et la théorie des foncteurs dérivés (mesure du défaut d'exactitude) comme cas particuliers), mais dont la portée philosophique est encore très opaque, et probablement difficile à dégager. En tout cas je m'y emploierai.

N.B. Pour plus de détails sur mon travail mathématique, on se reportera au C.V. ci-joint où un survol des résultats obtenus est proposé.
Pour plus de détails sur le sens que je mets dans l'expression "nouage de la théorie des catégories et de la philosophie", je tiens à la disposition de qui le désire une copie du manuscrit en cours d'achèvement du livre *La courbure de la raison* (actuellement environ 500 pages) ainsi que de la "traversée" dans ce livre effectuée dans la 31$^{\text{ème}}$ conférence du perroquet que j'ai donnée en décembre 1991.

A Paris, le 31/01/92.