REGIMES D'ASSIMILATIONS

ET

CALCUL DES VARIATIONS

A LA POURSUITE DU MÊME

Notes Préparatoires

C **Numéros 34 à 42**

[janvier 1999 à mars 1999]

René GUITART
guitart@math.jussieu.fr

rene.guitart@wanadoo.fr

Université Paris 7

TABLE[1]

Table

REDACTIONS EN COURS DE PREPARATION : VOIR A LA FIN DE LA TABLE DE LA DEUXIEME LIVRAISON.

---

[1] Le présent texte constitue une troisième livraison des Notes pour le Groupe de Travail "Sémantique Discursive", telle que mise au point à la date du 15 mars 1999, notes relatives à une partie du travail de l'année 1998-99. Comme pour les précedentes livraisons, le lecteur est prié de considérer ces notes comme provisoires, mais non éphémères, et voudra bien faire les critiques utiles.

INTRODUCTION [Complément]

On se reportera à l'introduction au début de la première livraison. A quoi s'ajoute ceci :

I.8. En vue des applications à la linguistique et à la sociologie du langage, il apparaît qu'il faut développer la question de l'usage des schémas comme lieux d'inscriptions des termes d'une théorie de sorte à l'organiser, et aussi bien l'usage des schémas comme lieux d'inscriptions d'intrapoints dans la langue, un intrapoint étant lui-même un schéma où sont inscrits d'autres mots. Bref, il y a la question de ce que j'appelle la *logotopie.*

I.9. De plus dans cette question, les schèmes symétriques les plus simples et néanmoins suffisamment riches, comme le nœud borroméenn l'hexagone, le dodécaèdre, ont un rôle a priori important. Mais particulièrement, il faut dans ce domaine commencer par construire une compréhension logotopique du ternaire, en tant que ce ternaire est déterminé dans sa non-réductibilité au binaire.

I.10. Il nous faut donc introduire à la logotopie et en particulier au ternaire. Ensuite, il faut profiter de cette introduction à deux niveaux :

- d'une part pour penser l'usage du logotopique et du ternaire dans l'analyse de la langue, et repenser de là la question de la faille, de la bifurcation dans la langue, qui s'enracine dans le fait générateur du nécessaire double sens de ce à quoi réfère le mot : "point de vue".
-d'autre part, du côté plus "mathématiquement standard", il faut reprendre la question de l'assimilation dans son rapport au ternaire, et découvrir ce qui, au niveau ternaire jouera le rôle que les adjonctions jouent au niveau binaire : on appellera la question de ces nouveaux outils, la question de la définition des trijonctions.

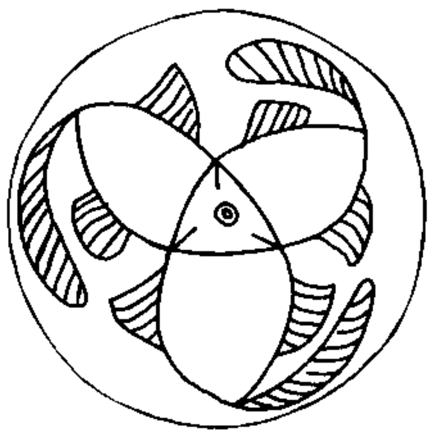
Techniquement, il faudra donc faire deux choses : procéder à l'introduction explicite de la question du dédoublement nécessaires des points de vue, et faire la théorie des trijonctions.

34. LE BORROMÉEN, OU LE TERNAIRE SOUS L'IMPOSSIBLE

34.1. Pendant quelques numéros j'aurai à familiariser le lecteur avec la ternarité. Ceci en vue d'une reformulation (ou une extension) de l'assimilation de façon ternaire. Pour l'instant, dans l'écriture $y \varnothing_i x$, les trois termes y, x et i ne jouent pas le même rôle, et, dans le fond cette disymétrie binarise l'usage des assimilations. Par exemple c'est dans cette visée binaire que l'on a découvert ce qui s'ensuit de cette donnée (de l'assimilation), à savoir essentiellement une analyse de la "faille binaire" du logique (deux quantificateurs, deux modalités, etc.). Ou encore, mais je ne l'ai pas encore abordée, et je l'expliquerai plus tard, la logique spéculaire, et le va-et-vient local-global. Le but premier est de montrer que l'usage du ternaire se montre, dans la pratique d'une certaine *logotopie* [2] (cartographie des discours et raisons), qui au demeurant relève d'une tradition très ancienne et riche. Le second but, à traiter ultérieurement, sera d'en marquer la portée logique et la portée physique.

Pour donner au lecteur une première "sensation" du ternaire, voici le "nombril de Boudha", figurant à l'entrée d'un temple japonais :

et aussi les "trois poissons"



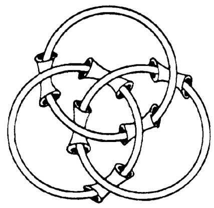
figurant sur une poterie ibérique.

Mais je considère principalement la figure dite borroméenne[3]. Le nom de "borroméen" vient de la famille Borromeo dont cette figure, des trois cercles enlacés, était l'emblème, et figure encore sur leurs demeures (dans le palais d'Isola Bella, et aussi

[2] pour ce terme, voir au numéro 38.

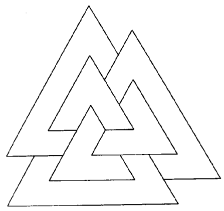
[3] je renvoie au numéro 4 dans ces notes pour une première mise en scène de la borroméenité en relation avec le "travail du négatif". Mais maintenant il s'agit de cette question en tant qu'on la "donne à voir".

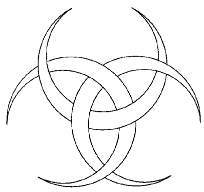
en des palais à Milan, au château de Senago). C'est une figure traditionnelle dans la théologie chrétienne du moyen-âge vers l'an 1400, pour indiquer la façon dont la trinité (Père, Fils, Esprit, ou bien tri-ni-tas) tient comme un Dieu en trois personnes.



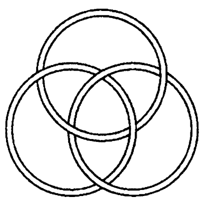
Nous allons prouver en 34.3. que la réalisation matérielle de la figure est impossible, si l'on suit ce que les dessins semblent suggérer. Par exemple si les trois cercles sont chacun un anneau avec une épaisseur. Par contre la réalisation est possible si l'on admet que ce que le dessin représente peut bien être construit avec des matériaux mous, par exemple avec des ronds de ficelles ; alors l'impossible n'a plus lieu.

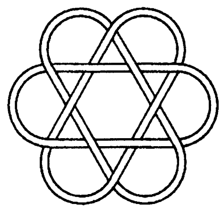
34.2. Notons un avatar[4] plus ancien, motif traditionnel wiking d'avant le 9ème siècle nommé nœud d'Odin ou Walknot (nœud du massacre), et un avatar plus récent (16ème siècle : emblème de Diane de Poitiers, que l'on peut voir au château d'Anet) :





La première apparition dans le monde mathématique du borroméen se trouve dans Taits[5]. On y trouve en particulier le fait (affirmé) que les deux entrelacs suivants ne sont pas équivalents, quoi qu'ayant la même "belinkedness" (on dirait aujourd'hui le même "linking number") :





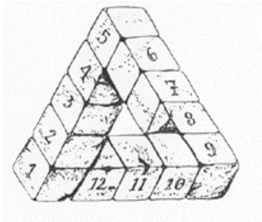
34.3.Notons que l'impossible[6] de la réalisation matériel du borroméen est du même ordre que celui du "tribar", qui est l'objet "composé" de douze petits cubes ainsi juxtaposés :

---

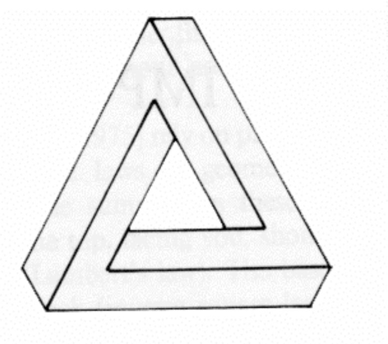
[4] voir - Letters to the Editor, in The Mathematical Intelligencer vol. 17, N°1, 1995, pp.3-4..,
- P. Cromwell, E. Beltrami, M. Rampchini, *The Borromen Rings*, The Mathematical Intelligencer vol. 20, N°1, 1998, pp.53-62.,
- Letters to the Editor, in The Mathematical Intelligencer vol. 20, N°3, 1998, pp.3.

[5] P.G. Taits, *On knots*, trans. Royal Soc. Edinburgh 28 (1876), 145-190.

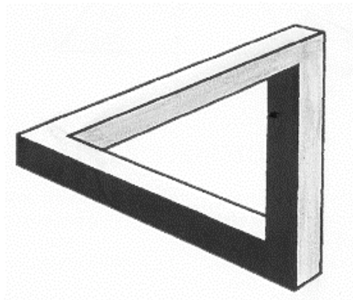
[6] Sur l'analyse des figures impossibles j'indiquerai seulement, et presqu'au hasard, les articles suivants :



soit la "figure" (impossible) de trois barres deux à deux orthogonales comme ceci



ou comme cela



L'impossibilité du tribar[7] se montre par le raisonnement suivant[8] : "Il y a trois faces planes visibles, la face A qui contient les faces de cubes 1, 2, 3, 4, 5, la face B qui contient les faces de cubes 10, 12, 12, et la face C qui contient les faces de cubes 6, 7, 8, 9. On désigne par a, b, et c les arêtes intersections de A et B, de B et C, de C et A. les trois faces visibles, prises deux à deux, ne peuvent se situer sur un même plan sans aplatir le modèle, donc nous avons affaire à trois plans distincts. Mais trois plans non parallèles et distincts se rencontrent toujours en un seul point - en supposant qu'ils se situent dans le même espace tridimensionnel. De plus, chacune des lignes a, b et c constituant l'intersection de deux de ses plans doit passer par ce point. Or nous pouvons voir sur la figure que les lignes a, b et c ne se rencontrent toutes les trois en aucun point. Donc la figure ne représente pas un objet possible".

T. M. Cowan, *The theory of Braids and the Analysis of Impossible Figures*, Journal of Mathematical Psychology 11, 190-212 (1974)

T.M. Cowan, *Supplementary report : Braids, Side Segments, and Impossible Figures*, Journal of Mathematical Psychology 16, 254-260 (1977)

Eric Térouanne, *On a Class of "Impossible" Figures : A new Language for a New Analysis*, Journal of Mathematical Psychology 22, 24-47 (1980)

Eric Térouanne, *"Impossible" Figures and Interpretations of Polyhedral Figures*, Journal of Mathematical Psychology 27, 370-405 (1983)

R. Wilson, *Impossible Figures*, The Mathematical Intelligencer, Vol. 13, N°1, 1991, p.80.

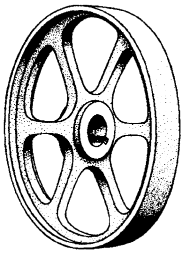
[7]L.S. Penrose and R. Penrose, British Journal of Psychology, 1958. Cette figure a captivé Escher, qui a basé sur ce "triangle impossible" sa lithographie "*Waterfall*" de 1961.

Dans un article plus récent (intitulé "*Escher and the visual perception of mathematical ideas*") R. Penrose dit que de telles figures visualisent des éléments de cohomologie. Nous y revenons en 34.9. Voir aussi R. Penrose, On the cohomology of impossible figures, *Structural Topology* 17, 11-16, 1991. Voir également R. Penrose, Les deux infinis & l'esprit humain, Flammarion 1999, p.155 (trad. de *The large, the Small and the Human Mind*, C. U. P., 1997).

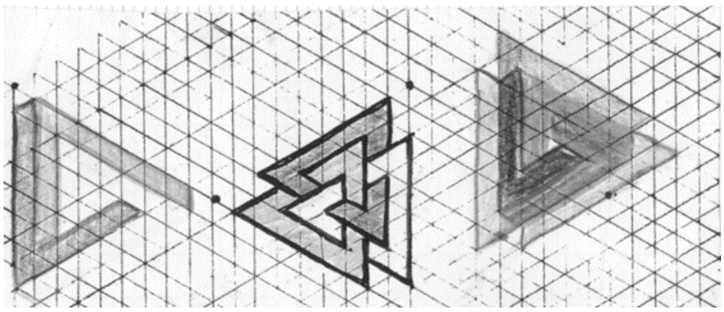
[8] suivant Scott Kim, comme rapporté dans Nicolas Falletta, *Le livre des paradoxes*, éd. Belfond, 1985, p. 33-34 (édition original : *The paradoxicon*, Doubleday & Co, New York, 1983).

Je dis alors que, par exactement le même raisonnement sur la forme "wiking" du borroméen, on en montre l'impossibilité. On notera bien que l'on pointe là l'impossibilité de ce que l'on croit voir. La même preuve vaut encore pour les forme "diane" ou "Borromé", mais dans ces cas il faut commencer par dégager les plans et leurs lignes d'intersections qui ne sont plus figurés[9].

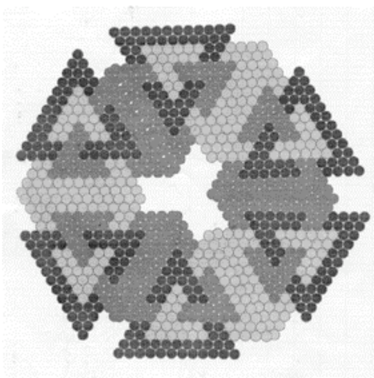
Tout comme pour les 17 groupes de pavages du plan, Escher a su varier les "avatars" concrets, il en est de même à propos de la question du ternaire. Par exemple, l'impossible du tribar est juste le même que l'on éprouve dans la figure de la "roue voilée", où deux perspectives sont recollées

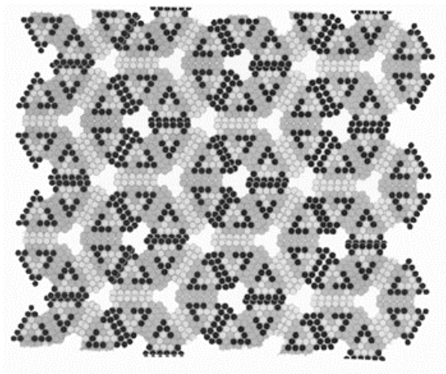


34.4. Un exercice intéressant est aussi de tracer, sur un même réseau triangulaire équilatéral, l'une dans l'autre, les figure "wiking" et "tribar", ainsi :



On peut poursuivre, en symétrisant la figure wiking par rapport à ses côtés, plusieurs fois, indéfiniment :

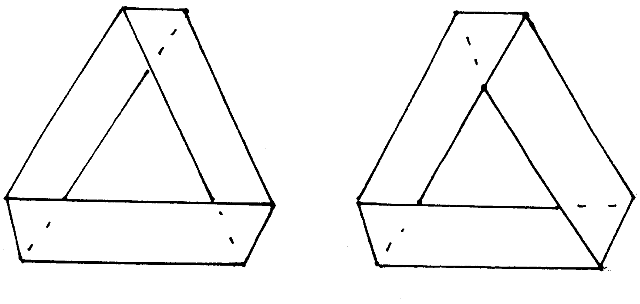




Ainsi la forme viking nous conduit à un jeu discret sur le réseau hexagonal.

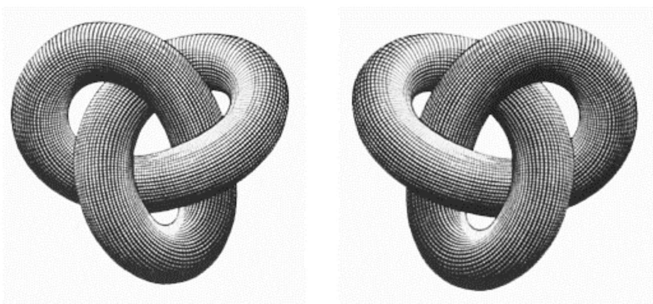
[9] on pourra comparer à : B. Lindstrom and H. O. Zetterstrom, *Borromean circles are impossible*, Amer. Math. Monthly 98 (1991), pp. 340_341. Par ailleurs, on consulera aussi : O. Nanyes, *An elementary proof that borromean rings are nonsplittable*, Amer. Math. Monthly 100 (1993), 786-789.

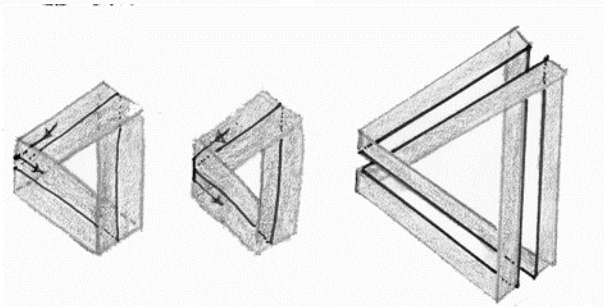
34.5. Sur fond de réseau équilatéral, le tribar s'inscrit dans un hexagone. A l'hexagone, d' autres reliefs (mœbiens) peuvent être apportés ainsi :



soit une bande de Mœbius (1-M) et une bande de Mœbius à 2 demi-torsions (2-M). Ce qui constitue aussi un "rendu visuel" dans l'occupation du champ des trois dimensions du proprement ternaire.

Un autre "rendu visuel" du proprement ternaire est dans le nœud de trèfle dont les deux formes[10] sont représentées ci-après. En cette forme le lecteur saura dégager aussi du jeu dans le réseau hexagonal : en fait, le nœud de trèfle vient de la bande 2-M par coupure selon son axe, suivant le dessin qui suit. Ainsi trèfle et bande de Mœbius 2-M peuvent se voir d'un seul coup d'œil sur le dessin[11] d'Escher, qui vient ensuite. Le trèfle peut se visualiser encore par trois dessins de Flocon[12] (Mentzel) par lesquels je continue :

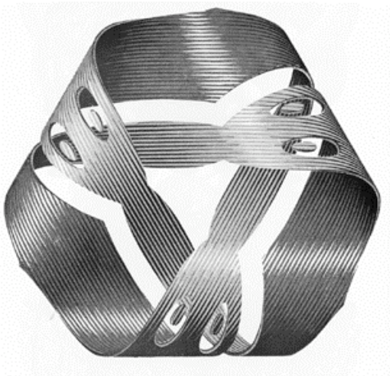


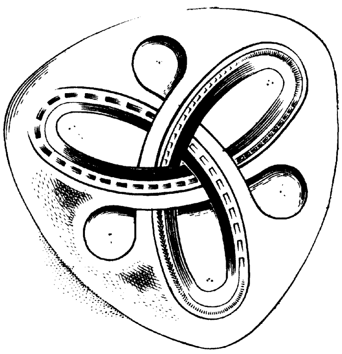


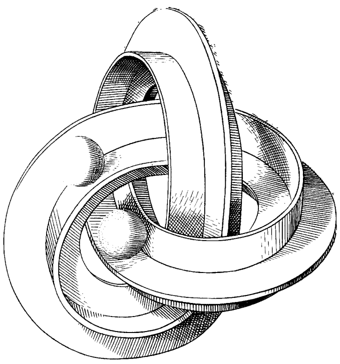
[10] je reprends ici les couvertures de J. Granon-Lafont, *La topologie ordinaire de Jacques Lacan*, Point Hors Lignes, 1985. Il s'agit de gravures de M.C. Escher (voir M.C. Escher, *L'Œuvre graphique*, Solin, 1973.

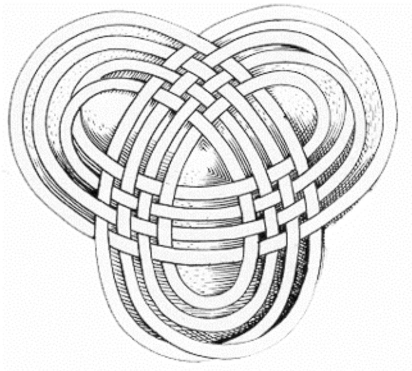
[11] M.C. Escher, *L'Œuvre graphique*, Solin, 1973, p.41.

[12] intitulée "Entrelacs", dans A. Flocon, *Suites Expérimentales*, Medusa, 1983.

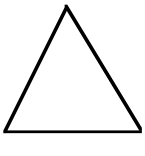








Je soutiendrai ceci que borroméen, tribar et autre trèfle se révèlent, sur fond isocèle, comme des avatars qui donnent à voir, en des phénomènes topologiques disjoints mais non sans rapports, - phénomènes qui exhibent de l'"impossible" en diverses formes -, un même jeu du purement ternaire. Dans le réseau isocèle, ce jeu résulte de la figure-germe du ternaire, c'est-à-dire le triangle



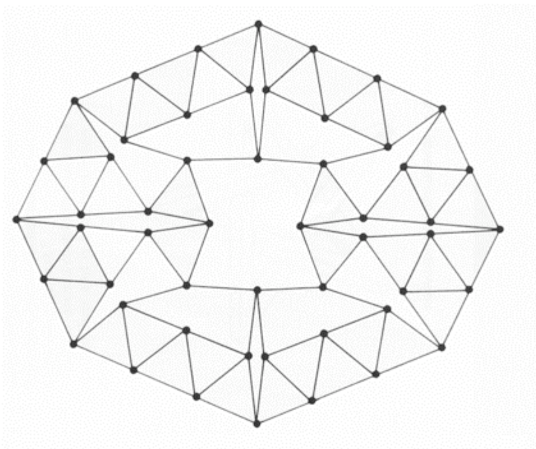
et de sa *répétition* [13]en un réseau ; le jeu du purement ternaire est l'analyse des parcours "ternaires" dans ce réseau, c'est-à-dire dans cette répétition du triangle. Le lecteur devra soigneusement constater qu'un triangle ne peut pas "se dire" à l'identique de comme il peut se voir. En effet le voir, c'est en voir disons les 3 sommets d'un coup, sans ordre, ou bien dans un ordre de parcours auquel aussitôt on dénie implicitement toute

[13] à bien entendre comme "répétition autre" et non pas comme pur et simple réitération à l'identique.

pertinence[14]. Par contre, pour dire ceci, il faut, comme je viens de le faire, en dire "plus" (par exemple dire : soit le triangle ABC ...) et ajouter (nouveau "dire" additionnel) qu'il faut, à ce "dire", enlever un surplus (à savoir l'ordre, accidentel, qui s'est dit entre les trois sommets : il faut donc spécifier que les 6 écritures ou dictions ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA, sont assimilables, sont des écritures distinctes d'un seul et même objet, à savoir le triangle. Cet ordre était nécessaire au fait de dire, mais non pas à l'objet. C'est une vertu de ces objets (borroméen, tribar, trèfle) que, dans leur livraison scopique, s'évite cette difficulté du discursif linéaire.

L'exploration de la ternarité à partir de sa forme paradoxale oblitère son exploration à partir du plus simple, parfaitement actuel, à savoir à partir du triangle. On aura donc soin ausi, pour comprendre le ternaire de songer à ce qui à été déployer de façon ternaire à propos du triangle. La géométrie du triangle apprécie particulièrement cette ternarité. Du point de vue calculatoire, c'est le calcul barycentrique relativement aux trois sommets qui révèle le plus. Du point de vue synthétique, ce sont les énoncés ternaires les plus beaux. Je ne vais pas ici développer un formulaire ternaire du triangle, que chacun constituera aisément. On notera, comme corrélat le caractère ternaire du formulaire trigonométrique du triangle, fait qui n'est d'ailleurs pas sans rapport avec ce que je releve au numéro 36 sur l'organisation dodécagonale des notions mêmes des trigonométries. Ceci dit, le lecteur pourra évidemment inscrire cette théorie ternaire du triangle sur les figures ternaires adéquates, borroméennes, tréfléennes ou autres.

Le simple jeu combinatoire avec des triangle équilatéraux dans le plan peut s'avérer éminemment non trivial.



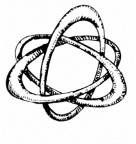
Ainsi je ne résiste pas au plaisir de montrer (ci-avant) comment on peut arranger 104 allumettes de sorte qu'en chacun des 52 sommets exactement 4 allumettes se rencontrent (arrangement d'Harborth). Je laisse au lecteur les exercices plus faciles d'arranger 3 allumettes de façon qu'en chaque sommet 2 allumettes se rencontrent, ou bien 12 de façon qu'en chaque sommet 3 se rencontrent.

Mais pour le moment restons avec la stricte question de la borroméennité sous la forme des trois ronds, même si donc il n'est pas établi son rôle privilégié parmis les métaphores visuelles variées ci-avant proposée du proprement ternaire. Du reste cette variété elle même serait à interroger, comme clé des variations des discours sur le trois.

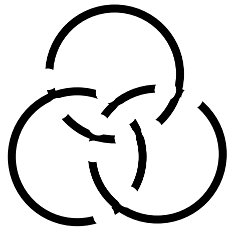
---

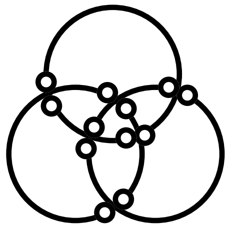
[14] notons bien que le problème évoqué ici à déjà lieu pour le 2, et qu'il n'est que le 1 qui puisse coïncider avec son "dire".

34.6. La forme borroméenne proprement dite (avec les ronds) nous conduit, elle, à un jeu continu avec des fils élastiques sur des surfaces. En effet, si l'on admet l'élasticité, les trois ronds peuvent encore se montrer par le dessin de Francis[15] :



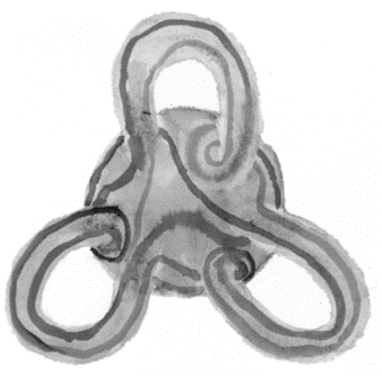
Une autre vue serait d'installer les trois ronds

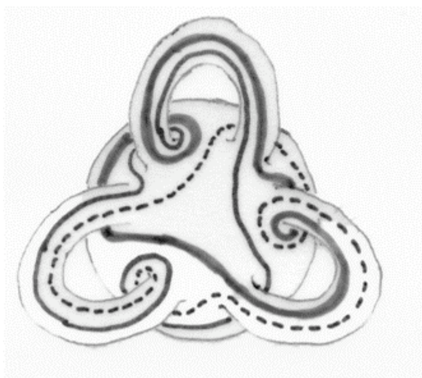




(ici le schéma 

signifie que le fil u passe sous le fil v), sur une sphère à trois anses ainsi, suivant





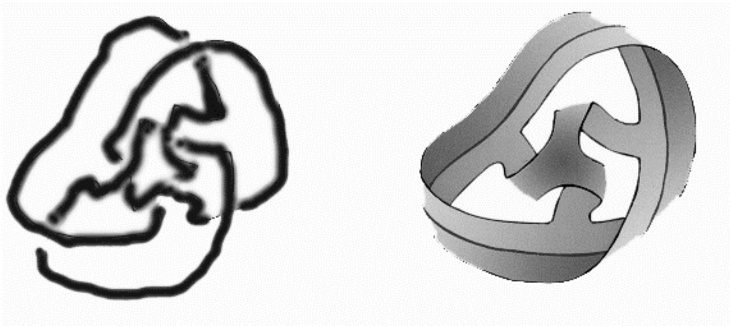
les dessins, repris de Vappereau[16] (que je fais au pinceau, puis au crayon).

Je citerai aussi la façon de voir le borroméen comme bord d'une surface[17] :

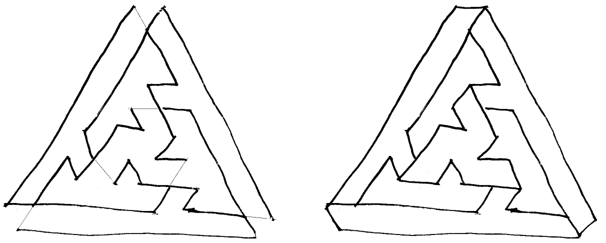
[15] voir George K. Francis, *A Topological Picturebook*, Springer, 1987, p. 42.

[16] que j'extrais de J-M. Vappereau, *Etoffe, Les surfaces topologiques intrinsèques*, éd. Topologie En Extension, 5 rue de l'Abbé-Carton, 75014, Paris, 1988, p. 185.

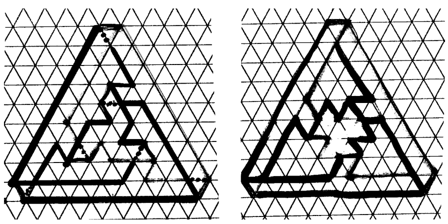
[17] j'emprunte la figure à la quatrième de couverture de J-M. Vappereau, *Nœud, La théorie du nœud esquissée par J. Lacan*, éd. Topologie En Extension, 5 rue de l'Abbé-Carton, 75014, Paris, 1997.



Ce que je reproduis de façon "discrète hexagonale" ainsi



Ceci est obtenu par circuits, dans le maillage hexagonale, comme par exemple :



Mais si cet aspect d'impossibilité matérielle, qui trouve à se résoudre dans le jeu discret sur les hexagones, ou dans le jeu continu sur les surfaces, participe de ce qui, lié à la symétrie, rend la chose borroméenne frappante au premier abord, il ne faut le confondre avec le deuxième aspect de ce que l'on veut donner à voir, à savoir le proprement ternaire.

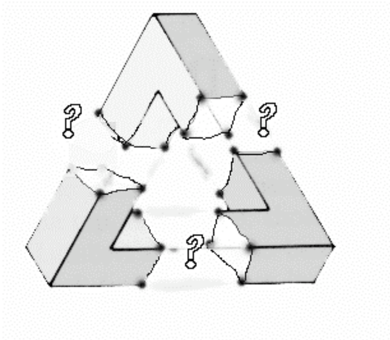
34.7. Abstraction faite de la réalisation matérielle, compte ici la façon "schématique" de tenir : les trois tiennent ensembles de façon proprement ternaire, en ceci que si l'on enlève un des trois, les deux autres se défont : chaque rond est ce qui fait tenir liés les deux autres. Ou bien dans la vue de Francis, l'intuition du "tenir" se repense autrement, en terme de "contenance" : les trois "ronds" forment un cycle : un premier "contient" un second qui "contient un troisième qui "contient" le premier. La figure est alors à penser, semble-t-il, comme image du proprement ternaire homogène.

Mais si l'on incline donc ainsi à penser ce schéma comme image propre du proprement ternaire homogène, alors qu'en tout état de cause, ce n'en est qu'une vue à plat, ou une perspective, ou une autre perspective particulière encore, il faut, vue donc cette relativité des points de vue, penser le schéma total dans un geste de raccord de ses diverses vues. Chaque vue impose une disymétrie non-intrinsèque à l'objet. Ainsi, si l'on veut présenter l'idée intrinsèque au borroméen avec des ronds, il faut en fait au moins associer mentalement à une figure des trois ronds "à plat" son image-miroir, celle où les cas de dessus-dessous sont tous inversés. Comme je viens de le faire pour les dessins sur la sphère à trois anses. Si l'on nomme, avec Lacan les trois ronds R, S et I, il faut donc considérer simultanément les deux figures à plat, comme deux "présentations" du même entrelac, deux présentations qu'il faut elles-mêmes tenir ensembles (et il faudrait aussi spécifier que les places des noms R, S, I sont non-pertinentes, mais sont maintenues les mêmes dans les deux cas) :

34.8. Pour atteindre donc exactement l'idée du ternaire pure à travers le borroméen, il y a donc trois écueils : d'une part la question flagrante de son impossibilité, et d'autre part, l'absence, non moins flagrante, de son miroir nécessaire ; et puis le fait que l'assimilation "évidente" du borroméen au wiking cache qu'il y a deux jeux complémentaires (l'un discret, et l'autre continu) par la pratique desquels on pourrait prendre connaissance de l'objet. Ainsi le borroméen est ésotérique, c'est-à-dire présente une idée sous forme masquée. Mais ce n'est pas aujourd'hui ce qui m'intéresse, et je ne veux garder le borroméen que comme emblème de l'idée simple du pure ternaire non réductible à deux. Il s'agit d'un 3 qui doit se penser d'un coup, et non pas comme 2+1 ou comme 1+2. Ce penser ne peut pas être décrit dans une écriture à une dimension. Nous voulons donc, considérant provisoirement que c'est l'essentiel qui est masqué, que la contemplation fascinée de la figure impossible risque de nous faire manquer, écrire le jeu de cette ternarité même. je dis "provisoirement" car le geste qui nous fait soulever le masque pour voir en dessous la ternarité "formelle" ou "schématique" est peut-être maintenant ce qui nous masque l'importance du masque lui-même : le borroméen ne nous dit pas que son impossibilité ; en dessous il nous dit la ternarité pure homogène schématique irréductible au binaire ; mais enfin, nous avons à savoir pourquoi c'est ce masque-ci qui est là, c'est-à-dire pourquoi cette ternarité ne peut se voir dans une autre, à savoir celle des trois dimensions de l'espace. La méditation demande donc à être poursuivie. On va voir que l'impossible d'existence "réel" (34.1), et l'impossible à écrire "symbolique" (34.7) cachent un autre impossible, qui, lui est l'impossible "imaginaire" du borroméen[18]. C'est-à-dire que le borroméen propose quelque chose de l'ordre du lien mais qui est impossible à imaginer.

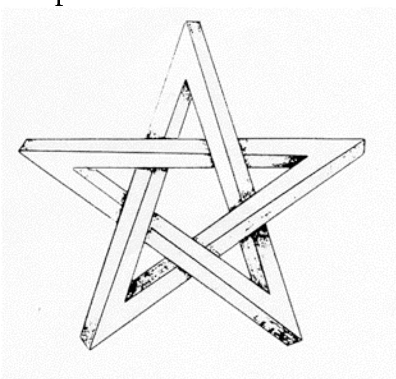
34.9. On pourra en un autre lieu (voir les références indiquer plus haut) se tourner vers l'écriture et le calcul de l'impossibilité elle-même. Toutefois, le masque ayant aussi son importance, j'en indiquerai rapidement le caractère cohomologique, sous la forme d'une question d'impossible raccord entre situations locales possibles :

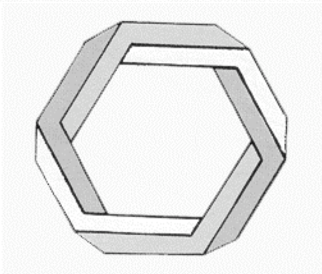
[18] pour ses termes "réel", "symbolique" et "imaginaire", on y revient au numéro 40.



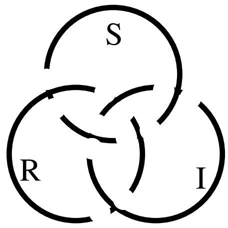
Dans le cas du tribar, donc, on peut considérer que l'on a trois objets "locaux" (trois "coins") tout-à-fait possibles isolément, et que le tribar propose de les raccorder suivant trois mises en contacts spécifiées (marquées sur la figure "cassée" par des "?") ; c'est ce raccordage qui est impossible dans l'espace à trois dimensions. Le tribar montre donc qu'une certaine mise en circuit dans l'espace est impossible entre trois "lieux" fixés.

Le lecteur pourra s'exercer sur l'impossible du pentagone "impossible", ou de l'hexagone "impossible", constatant par là qu'il n'est pas attaché au 3 des trois ronds mais au 3 de la dimension de l'espace :



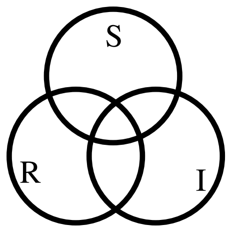


34.10. Je reste donc maintenant sur le ternaire lui-même que l'impossible "physique" masque. Il vient alors un autre impossible, constitutif de l'imaginaire du ternaire. Sauf à le faire disparaître on ne peut, dans la donnée ternaire, privilégier l'un des terme, ou encore, sauf à le faire disparaître on ne peut privilégier un ordre des termes. Mais, plus subtilement (c'est la question de la nécessité des deux versions en miroirs du borroméen) on ne doit pas non plus privilégier un cycle sur un autre. Dans un borroméen comme

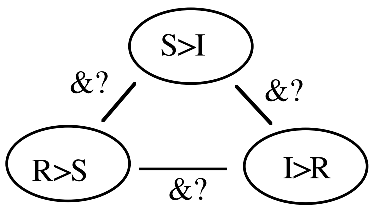


on "voit" que R est au dessus de S, que S est au-dessus de I, et que I est au-dessus de R. Dans son miroir on aurait le *cycle hiérarchique* (sic) opposé. C'est donc ici le deuxième impossible que le borroméen donne, dans sa mise à plat, à entendre : l'idée "étrange" que la relation dessus dessous donne un *ordre cyclique* (re-sic). Ce qui n'est pas sans évoquer les paradoxe de Condorcet concernant le vote. C'est en fait du même type. Voici l'impossible à imaginer qui se propose depui le borroméen : un ordre cyclique.

Si donc on doit ne pas distinguer entre le borroméen et son miroir, ce cycle RSI ou le cycle RIS, il n'y a plus lieu de marquer comment (dessus ou dessus) se font les croisements. On aboutit alors à la seule figure



cette figure est "décevante", n'étonne plus, mais plus proche de la pure idée plate du ternaire. Pour le coup le savoir de la possibilité borroméenne (i.e. de la proposition d'ordre cyclique) est perdu. Le borroméen oriente le 3. Le 3 n'est pas orienté, mais il faut le savoir orientable (et que cette orientation est paradoxalement à penser comme ordre). Et il n'y a que deux façons de l'orienté, de le mettre en cycle, de le borroméeniser.
Dans l'une de ces façons, sont donc proposées trois informations locales localement imaginables par 1 et par 2, mais non tenables ensembles par 3, suivant le schéma homologue à celui de 34.9.



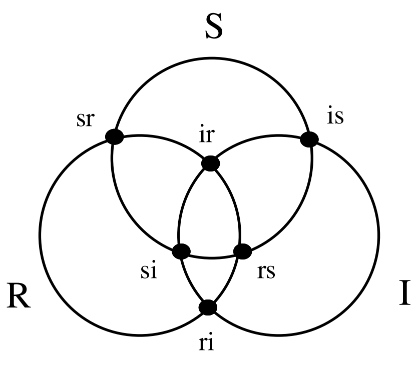
On a donc à faire tenir ensemble 3 théories localement consistantes mais globalement incompatibles.

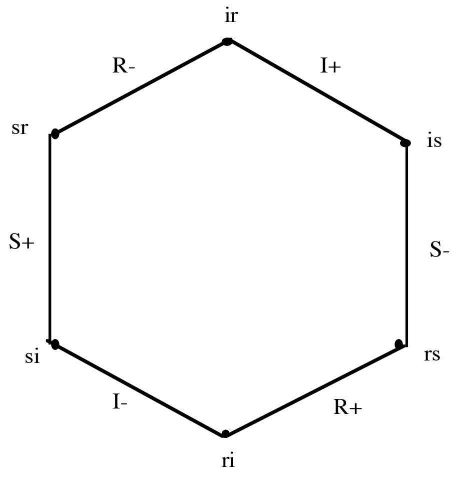
Résumons. Le réel qui existe du nœud borroméen, c'est précisément les ronds de ficelles noués borroméennement. Ce qui n'est pas écrit, ce qui ne s'imagine pas "à distance", mais éventuellement peut se pratiquer. Le manque à imaginer tient à cette différence radicale entre la maîtrise à distance de la la géométrie plane, car nous pouvons nous imaginer hors plan, et une impossible distance à l'espace dans lequel nous somme (suivant une remarque de Thom). L'impossible symbolique du nœud, c'est celui de l'écrire : ou bien comme trois anneaux "planaires" qui en écrirait une forme canonique du mode d'être en l'espace, ou bien comme trois ronds "idéaux" se passant chacun sur le suivant ; à ce point on n'a pas de principe de choix permettant de préférer la forme RSI ou la forme RIS. Ainsi l'impossible du nœud se dispose suivant précisément les trois aspects du nœud lui-même, en trois impossibles eux-mêmes noués. Ce que tel ou tel impossible du nœud masque c'est justement cette triplicité RSI de l'impossible du nœud, et le tout-à-fait possible et réel de la tenue ensemble de ces "trois" impossibles sous les auspices du nœud, ce dont on disposerait réellement d'abord dans l'ordre du "se mettre" à une pratique avec les ronds de ficelles. On est, à ce point, plus au fait du propre du ternaire, que, bien entendu toute binarisation ferait échouer. Ainsi s'entend que ce que masque l'impossible du nœud c'est le ternaire, en tant précisément que cette ternarité se constitue sous nos yeux comme le nouage même des impossibles du noud même. Histoire de la lettre volée : ce que le masque particulier cache, c'est la forme du masque.

Nous allons maintenant rapporter la question à celle de l'hexagone.

Pour le mathématicien[19], tout ceci se subsumerait à la va-vite dans l'idée de la symétrie ternaire, du groupe S3 des permutations sur trois éléments. Lequel comporte 6 éléments. L'apparition $6 = 3 \infty 2$ s'explique dès que l'on considère toutes les façons de "binariser 3", c'est-à-dire de le décrire comme le jeu de deux termes en suspension du troisième, du point de vue du troisième. Le choix dans S3 de l'un des deux cycle possible correpond alors à une "mise en borroméénité", oriente le 3. Mais nous aurons à revenir sur ce rapport du 3 au 6.

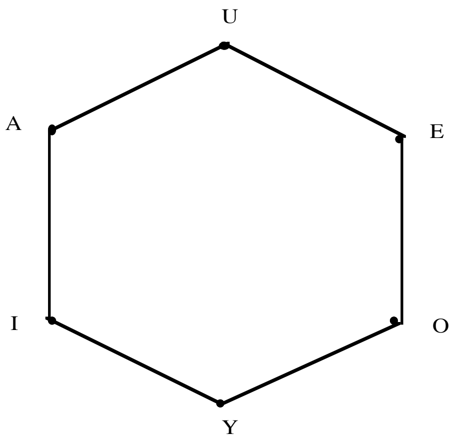
On trouve bien ce 6 dans nos représentations du borroméen, dès lors qu'on en envisage tous les parcours : les 6 pieds des 3 anses sur la sphère, les 6 intersections apparentes des trois rond à plat. On peut donc rendre compte des trois ronds par l'hexagone, et vis-et-versa . Pour cela on nommera les six rencontres des trois cercles comme sur la figure ci-avant : sr; rs, is, si, ri, ir, et on placera ces six points au sommet d'un hexagone.

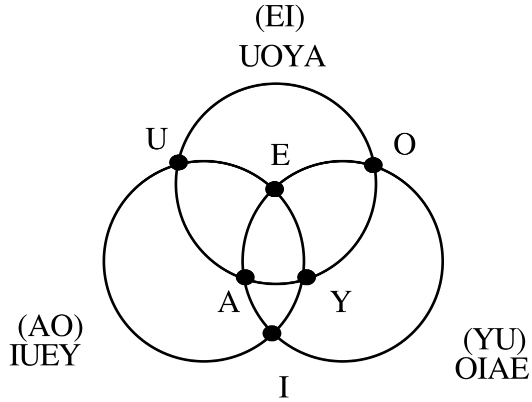




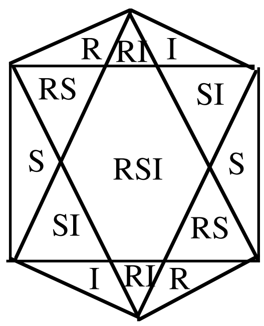
[19] S'il est oublieux donc de la question paradoxale cruciale de la proposition d'ordre cyclique. On verra plus tard comment on peut traiter mathématiquement cette idée étrange d'une façon qui lui donne consistance, d'une façon cohomologique comme on l'a fait pour le tribar en 34.9., à savoir aussi, dans le fond, suivant l'idée de Lavendhomme et Lucas de logique locale. Ou bien dans le contexte de la logique spéculaire.

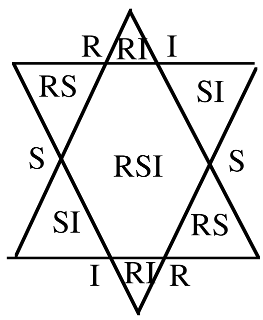
Et aussi bien, partant d'un hexagone, on en nommera les paires d'arêtes parallèles :





Par suite, d'une lecture du borroméen s'en suivra une lecture de l'hexagone régulier, et aussi bien, d'une lecture de l'hexagone procèdera une lecture du borroméen. La précision du choix entre le cyclage RSI et le cyclage RIS, soit l'indication sur les trois ronds de qui passe sous qui, correspond pour l'hexagone à l'indication d'un sens de parcours. Ainsi, sur le premier hexagone ci-dessus, associé à trois ronds, le parcours dans le sens trigonométrique donne, en lisant les noms successifs des arêtes, le cycle RSI, tandis que le parcours dans le sens horaire donne le cycle RIS. De plus le zonage déterminé par les trois ronds correspond au centre et aux axes de symétrie de l'hexagone, ou, mieux, au zonage "symétrique" de l'hexagone par ses petites diagonales.



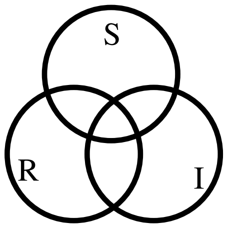


Ensuite, soulignons le lien direct entre l'hexagone et le *plan projectif*, qui s'obtient à partir de l'hexagone par les identifications d'arêtes opposées, comme sur le dessin du ci-dessus, en y identifiant donc ri et ir, si et is, rs et sr, soit les côtés opposés en les retournant (R+ est identifié à R- "retourné", soit le segment orienté ir-rs avec le segment orienté rs-ri). Par là on retournerait vers le topologique. Un retour vers un topologique plus rigide consisterait par ailleurs en la spécification de la structure du complémentaire des trois ronds dans l'espace, qui se trouve admettre un tuillage hyperbolique[20] (hyperbolic tiling).

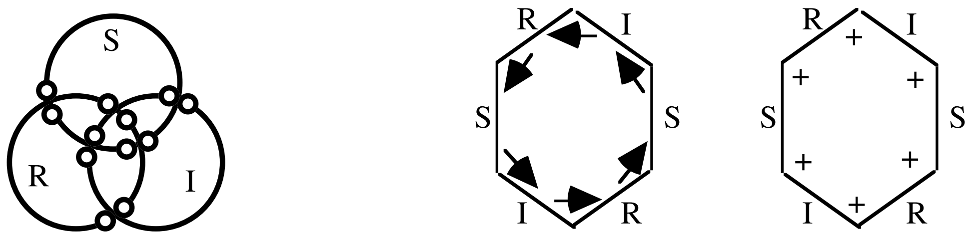
Enfin, relevons que les trois ronds

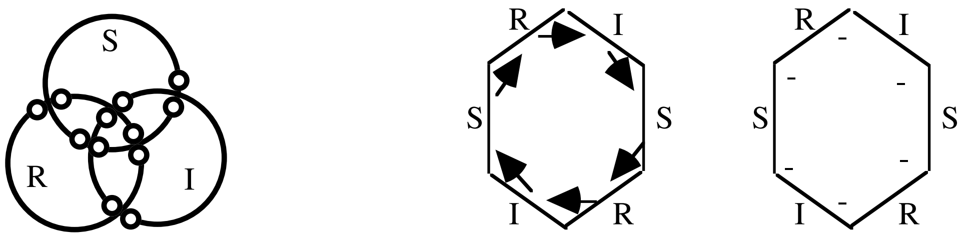
---

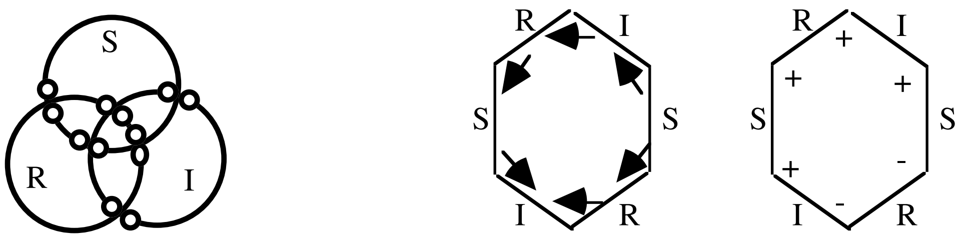
[20] comme montré dans la vidéo *Not Knot* du Geometry Center at the University of Minnesota 'ceci est indique dans l'article de Cromwell, Beltrami, Rampichini, cité plus haut.



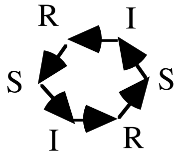
trouve à s'entrelacer suivants (à symétries près dans le plan du dessin) 10 possibilités, qui, du point de vue topologique, correspondent à 5 types distincts d'entrelacs (5 cas représentés à Isola Bella). J'en reproduis trois (après Cromwell, Beltrami, Rampichini) avec en face les représentations hexagonales correpondantes : d'abord on a les deux borroméens :

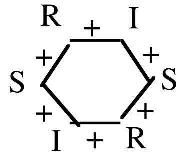






Expliquons le codage : par exemple dans l'hexagone, la flèche au sommet supérieur (qui correspond au croisement nommé ir, flèche que va du côt éadjacent I vers le côté adjacent R, signifie qu'au point ir (point qui dans les trois rond est le point supérieur central, le rond I passe dessus le rond R. Ensuite on remplace chaque flèche par + ou -, suivant qu'elle tourne dans le sens trigonométrique ou dans le sens horaire. On peut donc coder trois ronds qui se croisent deux à deux par la donnée d'un hexagone aux côtés orientés, à savoir l'hexagone formé des flèches qui ci-avant orientent les coins. Par exemple le premier borroméen est figurable par la figure :





En conclusion :

> un dessin borroméen explicite équivaudrait, comme donnée logotopique, au dessin d'un hexagone régulier orienté "projectif" : Inscrire projectivement (symétriquement) sur un dessin hexagone régulier orienté équivaut à inscrire sur un dessin borroméen.

On peut donc considérer le borroméen comme un hexagone régulier orienté dont la symétrie a été "effectuée", et, inversement, l'hexagone régulier orienté comme un borroméen déployé, comme un revêtement du borroméen ; dans l'hexagone, d'autres écritures que symétriques sont possibles. Ainsi le borroméen noue quelque chose de l'hexagone régulier, et l'hexagone dénoue quelque chose du borroméen. En soi l'hexagone régulier est formellement potentiellement logotopiquement plus riche que le borroméen, dès lors que l'on méconnait sa symétrie. Le borroméen oblige à ne pas méconnaître cette symétrie, et en quelque sorte à l'effectuer automatiquement, sans rien en avoir à connaître. L'hexagone régulier laisse la possibilité littérale de passer outre. L'exactitude pratique d'un logotope, ce qui ici fera la différence logotopique entre l'hexagone et le borroméen, sera toujours dépendante de ce qui, au plan de la littéralité offerte, est fermé (forcé) et de ce qui est ouvert (laissé possible). Je dirai que, logotopiquement, il y a une pulsation entre borroméen et hexagone, qui tient à cette alternative fermé/ouvert. Le choix, s'il en faut, tient donc à la décision au plan de la théorie à inscrire sur le logotope, sur ce point exact entre fermeture et ouverture, forçage ou non d'une certaine pratique littérale. Encore : il y a au titre de sa symétrie une certaine assimilation visible dans l'hexagone, et dans le passage au borroméen, cette assimilation est effectuée, de sorte que l'usagé ne peut plus que la pratiquer en toute méconnaissance. Comme, j'y reviendrai au numéro 38, la question de la logotopie est très largement la question de la proposition d'un lieu d'exercice littérale, - proposition qui doit bien sûr être tout spécialement attentive à ce qu'elle force et à ce qu'elle laisse ouvert -, ce point est essentiel. Le mathématicien pourra avoir tendance a priori à préférer le dénouage effectué, et qu'il connaîtra comme dénouage, tandis que le logotope devra choisir et aura à trancher dans la question du nœud, puisque sa proposition doit être d'une juste pratique, et non pas, a priori, seulement d'une totale maîtrise par son lecteur de la situation géométrique. En réalité, les deux attitudes se rejoignent, au point de l'acte, du " à faire", dans le jeu pulsatif entre ouverture et visibilité d'une assimilation, et fermeture et effectuation évidente de la "même" assimilation. Entre à savoir et à faire.

Pour le mathématicien lui-même en réalité la préférence de la situation "dénouée" est une illusion dont il sait se déprendre en pratique, au point où justement où son art est de calcil minimal, d'évitement du calcul, d'échappement nécessaire au foisonnement de la complexité. Tout écrire d'un problème, il sait s'y contraindre en désespoir de cause, mais il veut (et il doit dès qu'une éclaircie dans se sens se présente) d'abord court-cicuité le déploiement du tout des situations. On peut même soutenir que l'art inventif de la démonstration, dont la plus courte est la meilleure - sauf à manquer de naturel - tient à se placer dans un jeu d'écriture où ça s'effectue tout seul, évidemment. L'évidence ne ressort pas du temps d'exposition du tout mais de son abréviation heureuse. Ce à quoi participe l'effet abréviateur du système d'inscription pratiqué.

Quand à la question de la nature du ternaire pure, on aura donc à la penser aussi dans cette alternative entre borroméen et hexagone. Pour autant que l'hexagone montre le 6, alors le trois se présente comme l'oubli du 2 dans le 6, c'est-à-dire comme l'effectuation de 2 = 1 dans 6, ou encore comme la division de 6 par 2 : 3 = 6/2.