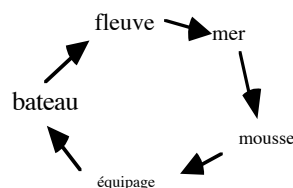


## 35. ICOSAEDRE ET YIN ET YANG DANS LA LANGUE.

35.1. J'aurais à utiliser quelques points de la méditation, conduite en phrases et en diagrammes (l'un des aspects épaulant l'autre) par Grothendieck dans un texte<sup>1</sup> de 1986. Je n'entre pas dans les justifications de ses choix que Grothendieck donne dans son texte, ce qui m'importe étant surtout le geste logotopique de ce travail, et non pas la stricte exactitude des interprétations proposée. De fait, comme dans toute élaboration logotopique, ce qui compte est précisément que par là n'est pas livré au lecteur un savoir définitif tout prêt, achevé, mais plutôt un réseau organisateur qui fait image de la recherche même de l'auteur, et avec lequel réseau le lecteur doit entreprendre un travail personnel de parcours et d'interprétations. Par là est donc plus proposé un "à faire" qu'un "avoir". Je reviendrai plus loin sur ce que personnellement je retiens de cette méditation pour la question de l'assimilation. L'essentiel est l'enjeu de croisements entre les couples yin-yang, les couples de contraires, et les couples d'assimilation. Je retiens aussi le rôle pivot de cet objet extraordinaire qu'est l'icosaèdre.

Il s'agit donc d'une exploration à propos en particulier de la pensée qui cherche et découvre. Le but de départ de l'entreprise est l'essai d'une cartographie des couples yin-yang qui gravitent dans la langue autour des modes de travail et d'expression de cette pensée. On note un couple sous la forme  $A \oslash B$ , où  $A$  est en position yang et  $B$  en position yin. Par exemples roc  $\oslash$  sable, feu  $\oslash$  eau, homme  $\oslash$  femme, vie  $\oslash$  mort, etc. La première observation est la présence de "zig-zags" (comme lune  $\blacklozenge$  soleil  $\oslash$  terre  $\blacklozenge$  ciel, comme père  $\oslash$  mère  $\blacklozenge$  enfant  $\oslash$  vieillard, comme puissance  $\blacklozenge$  énergie  $\oslash$  matière  $\blacklozenge$  esprit  $\oslash$  corps), de "ribambelles" (comme terre  $\blacklozenge$  arbre  $\blacklozenge$  ramure  $\blacklozenge$  fruit, comme lettre  $\oslash$  esprit  $\oslash$  matière), et de "rondes" comme



Dans cette élaboration l'apparente synonymie est à manier avec précaution. Par exemple on a lettre  $\oslash$  esprit, mais on a forme  $\oslash$  fond. Il y a aussi des "renversement créateurs", comme chaud  $\oslash$  froid, qui tient dans cette orientation si l'on pense au froid comme au froid-tiède accueillant de la nature apaisée de l'hiver doux, et au chaud comme à la vivacité ensoleillée d'un bel été, mais qui tend à adopter l'orientation chaud  $\blacklozenge$  froid quand le froid devient extrême et dur et brûlant, et que le chaud torride liquéfie. Ce en quoi les extrêmes se touchent. De même refus  $\oslash$  acceptation tient dans le parallèle de refus avec autorité castratrice paternelle et acceptation avec accueille maternelle, mais se renverse en refus  $\blacklozenge$  acceptation si l'on songe que l'acceptation naît du refus qui lui sert de mère nourricière. Grothendieck fait quelque exercices d'orientation avec des couples comme intérieur/extérieur, contenant/contenu, matrice/embryon, vagin/pénis, cosse (d'une noix)/noyau, pulpe (d'une pêche ou d'un abricot)/noyau, présence/absence, plein/vide, affirmation/négation, positif/négatif, concentration/disponibilité, lourd/léger/, dense/dilué, concentré/diffus.

35.2. Ensuite il marque une distinction profonde entre l'abstrait (yang) et le général (yin). Il considère par exemple qu'un énoncé comme "deux plus un égale un plus deux" est abstrait,

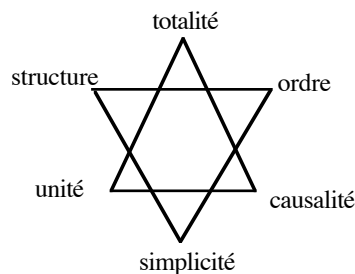
---

<sup>1</sup> Alexandre Grothendieck, *Récoltes et Semailles*, Réflexion et témoignage sur un passé de mathématicien. Appendice à la clé du Yin et du Yang (3ème partie), Les portes sur l'univers, pp. PU1 à PU 127, 1986. Inédit en 1999.

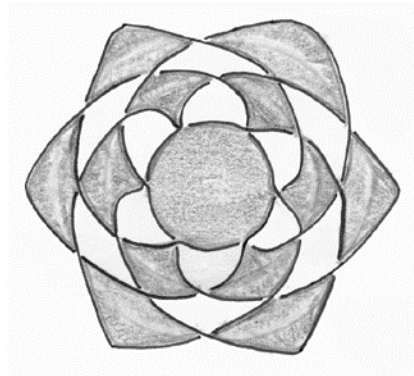
tandis que l'énoncé "toute chose en la création doit naître et doit mourir" est général. Il pense que la pensée qui cherche se donne pour fin le général, l'unité simple concrète de la parenté profonde, et œuvre à travers (comme moyen) le particulier, la diversité complexe abstraite de la similitude superficielle. Que donc la pensée recherche une tonalité de plus en plus yin dans notre appréhension et compréhension des choses, et que ceci s'accompagne nécessairement d'une certaine abstraction croissante, ce par quoi cette quête est de plus en plus yang. Il retient donc tout spécialement, en en pointant le chiasme, les couples

abstrait  $\emptyset$  concret et particulier  $\emptyset$  général.

35.3. Il en vient à se représenter les modes d'appréhension de la réalité par la pensée par six couples, et il nomme chacun par son terme dominant, c'est-à-dire celui vers lequel la pensée se tourne. Il y a trois termes yang, à savoir structure, simplicité, et ordre, extraits des couples structure  $\emptyset$  substance, simplicité  $\emptyset$  complexité, et ordre  $\emptyset$  chaos ; et il y a trois termes yin, à savoir causalité, totalité, et unité, extraits des couples effet  $\emptyset$  cause, partie  $\emptyset$  tout, et multiple  $\emptyset$  Un. Ce qu'il arrange en un hexagramme, comme serait

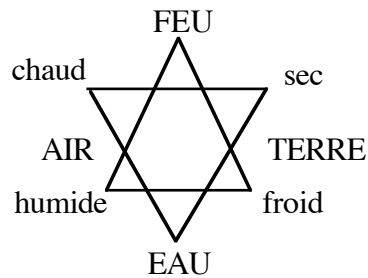


que j'aime à dessiner ainsi :



Ou aussi bien on reprendra l'un des avatars du 6 avancé au numéro 34. On va voir aussi cet objet se modifier projectivement en 35.4., ce que l'on rapprochera de l'hexagone comme présentation du projectif, chose vue en 34.10.

Du côté symbolique, on ne manquera pas de saisir l'identité avec le "sceau de Salomon" :



Cet objet sera aussi à mettre en homologie avec l'hexagone de Blanché.

Par contre, notons que Grothendieck ne propose pas d'analyse de type Yi-king (livre des mutations), dans laquelle donc le yin se symbolise par la ligne interrompue "- -" et le yang par la ligne continue "/", puis sont composés 64 hexagrammes ou combinaisons de six traits continus ou discontinus superposés, qui représentent tous les jeux possibles de constitutions yin-yang des "archétypes" idéaux et permanents. Il n'indique rien sur sa méthode de constitutions de ses paires yin-yang, mais pour certaines d'entre elles il explique ses hésitations et décisions, renvoyant en dernier recours à son "intime conviction". Par suite ce que propose Grothendieck offre l'intérêt de proposer au lecteur une "cartographie", qu'il est loisible de parcourir, de comment lui-même pense le cosmos.

35.4. Ici donc sous les six termes comme noms d'usage, se trouvent tout un jeu de couple yin-yang, à savoir<sup>2</sup> :

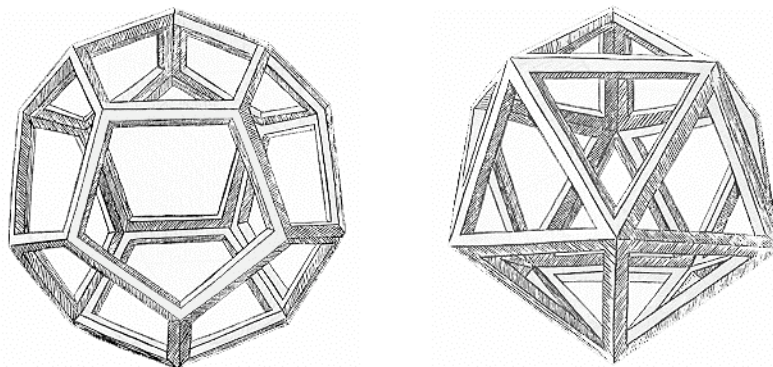
<i>structure</i>	: forme-fond	: lettre-esprit, surface-profondeur, contenant-contenu, enveloppant (ou enveloppe)-enveloppé
	structure-substance	: rythme-mélodie sensation-perception, expliquer-comprendre, savoir-connaître, savoir-connaissance
<i>simplicité</i>	: simple-complexe	: abstrait-concret, pureté-fécondité, objectivité-subjectivité lisse-rugueux raison-sensibilité, réflexion-instinct, logique-intuition, méthodique-inspiré, cohérence-vision, méditation-contemplation nécessité-désir
<i>ordre</i>	: ordre-chaos	: ordre-liberté, ordre-mystère, loi-liberté, loi-hasard, nécessité-hasard hétérogène-homogène, diversité-uniformité simple-complexe, pureté-fécondité
<i>causalité</i>	: effet-cause	: finalité-causalité, ce qui naît-ce qui enfante, ce qui nourri-ce qui est nourri, enfant-mère acte-motif, destiné-karma
<i>totalité</i>	: la partie - le tout	: particulier-général, détail-ensemble, accident-essence individu-espèce, personne-milieu
	le précis- le vague	: clair-flou, précision-généralité, rigueur-généralité : défini-indéfini, exprimé-inexprimé, achevé-inachevé, forme-informe, expression-impression fini-infini, limité-illimité

<sup>2</sup> ce qui est extrait donc de Grothendieck, pp. PU94 à PU108.

actuel-latent, réalité-rêve, réaliser-rêver,  
 nécessité-possibilité, réel-possible, factualité-rêve,  
 factualité-imagination

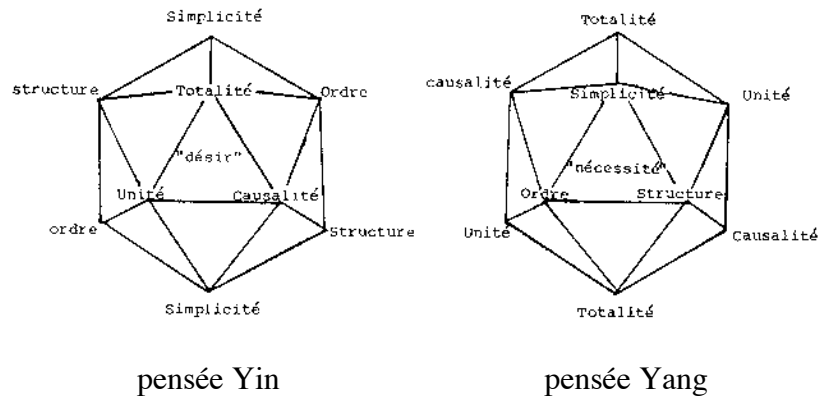
*unité* : multiplicité-unité : diversité-uniformité, hétérogène-homogène,  
 différence-parenté (ou similitude),  
 dissemblable-semblable, sépare-unit, séparer-unifier,  
 diviser-réunir, analyse-synthèse  
 divisé-entier, conflit-concordé, division-unité,  
 dissonance-harmonie

35.5. Mais il préfère ensuite disposer les choses sur un icosaèdre. Je rappelle donc le dodécaèdre et l'icosaèdre réguliers (duaux l'un de l'autre, chacun s'obtenant en inscrivant ses sommets aux centres des faces de l'autre), comme dessinés dans la Divine Proportion<sup>3</sup> de Luca Pacioli



Grothendieck propose donc ceci de lire l'hexagramme pensée comme une structure biicosaédrale. Plus techniquement au sens mathématique strict, Grothendieck à la fin de son texte définit une structure icosaédrale  $F$  sur un ensemble  $S$  à 6 éléments comme étant une partie de l'ensemble des triangles (parties à 3 éléments) de  $S$  telle que toute arête (partie à 2 éléments) soit contenue dans exactement deux triangles appartenant à  $F$ . Deux structures icosaédrales sont toujours isomorphes, et il y en a 12. Si  $F$  est une structure icosaédrale, l'ensemble  $F'$  des triangles qui ne sont pas éléments de  $F$  est encore une structure icosaédrale, dite complémentaire de  $F$ . Si  $f$  est élément de  $F$  alors le complémentaire  $f'$  de  $f$  dans  $S$  est un élément de  $F'$ , et la correspondance qui à  $f$  associe  $f'$  est une bijection de  $F$  sur  $F'$ . Alors une *structure biicosaédrale* sur un ensemble  $S$  à 6 éléments, est une paire de structures icosaédrales complémentaires l'une de l'autre. Il y en a 6. Il dessine donc :

<sup>3</sup> d'après la première édition française, Librairie du Compagnonnage, 1980.

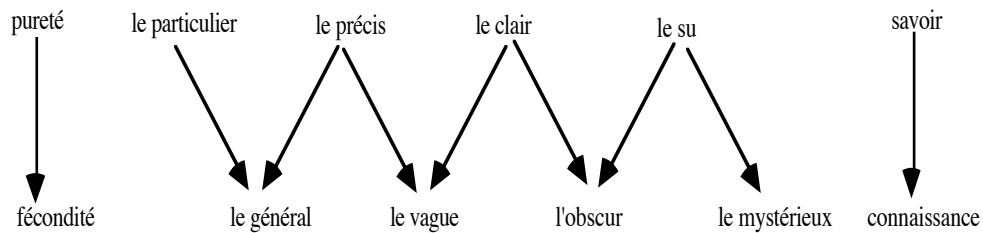


pour "donner à voir" la pensée Yin et la pensée Yang en deux schémas lisibles sur l'icosaèdre. Le couple nécessité  $\emptyset$  désir est ainsi investi au titre du "savoir et de la connaissance", qui en est le centre.

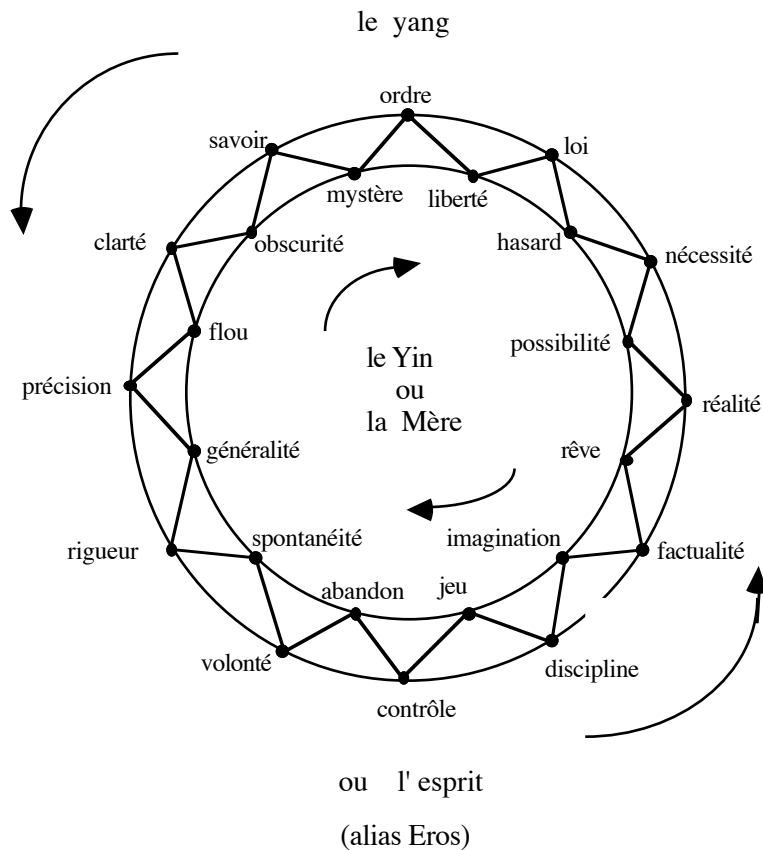
35.6. Notons aussi que sous "connaissance" il y a un jeu de couple yin-yang :

*Connaissance* : connaissance-ignorance : connu-inconnu, connaissable-inconnaissable, évident-mystérieux, savoir-mystère, savoir-obscurité visible-invisible, apparent, caché, conscient-inconscient, surface-profondeur, certitude-doute réponse-question, répondre (ou affirmer)-questionner, apprendre-oublier(ou désapprendre)

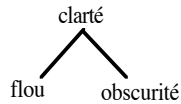
35.7. Dans le même temps, il découvre un zig-zag de couples yin-yang qu'il allonge au fil de ses recherches, en partant d'un dépliage transversal de pureté  $\emptyset$  fécondité ou de savoir  $\emptyset$  connaissance :



et, à un moment, il "découvre" que ce zig-zag se referme sur lui-même comme ceci (figure ci-après), en un "harmonium cosmique" comme une fleur à douze pétales comprenant douze termes yang sur le cercle extérieur, douze termes yin sur le cercle intérieur.



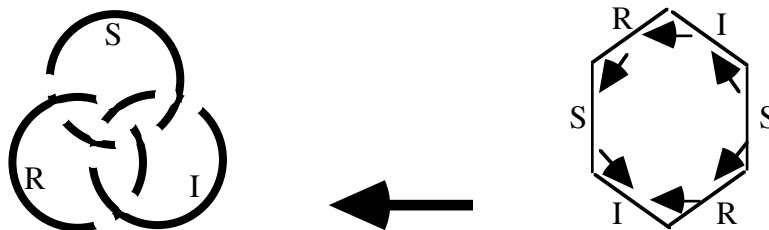
Chaque point yang est le sommet d'un mont à base deux termes yin, comme par exemple



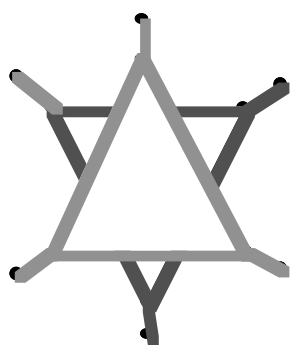
Il semblerait que dans ce mont le versant gauche est yin, le versant droit est yang. Le premier couple clarté  $\emptyset$  flou fait figure de "couple de concubinage" et le second clarté  $\emptyset$  obscurité de "couple légitime". Si l'on s'en tient à la signification ici de la flèche ( du yang vers le yin), les sens de parcours fléchés sur le cercle intérieur et sur le cercle extérieur, il semblerait qu'ils indiquent, localement, d'un terme du cercle au terme suivant du même cercle une progression vers "plus de yin". On perçoit donc un mouvement de naissance du cercle intérieur et le cercle extérieur, et de mort du cercle extérieur vers le cercle intérieur, et c'est le même mouvement, un double-mouvement-en-un. Difficile à concevoir dans cette représentation à plat, la chose s' imagine mieux si l'on dessine la fleur sur une sphère.

J'insisterai ici sur la proposition que Grothendieck fait d'une circulation vers de plus en plus de yin quand on tourne sur le cercle, ce qui constitue donc la donnée paradoxale d'un *ordre cyclique* (sic). C'est exactement le même paradoxe que l'on a relevé dans la proposition borroméenne au numéro 34.10.

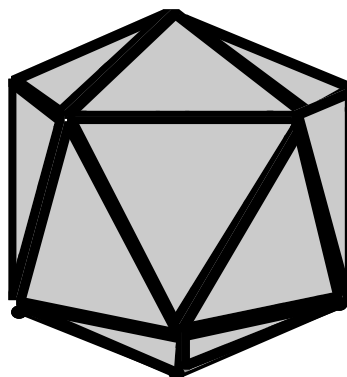
On renoue donc donc les "outils logotopiques" du numéro 34 : borroméen, hexagone orientés, ordre cyclique.



35.8. En fait on pourra "penser" indifféremment à plat ou en volume,



à ceci



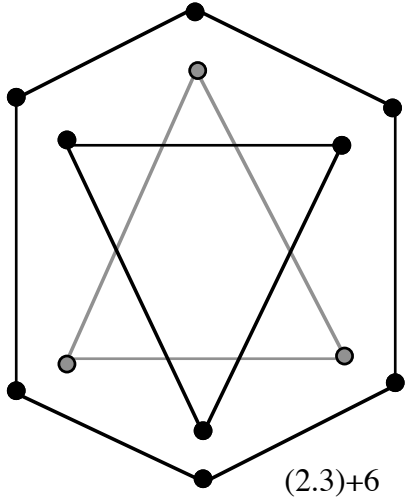
ou à cela

comme lieu d'inscription de mots de la langue (ou de formules ou notions mathématique, etc.) dont la structure coordinatrice sera ainsi montrée, en un avatar ou un autre. Pour s'en convaincre, voici comment voir et construire précisément l'icosaèdre utilisé plus haut.

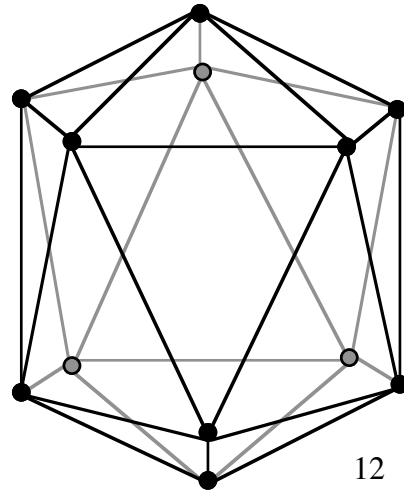
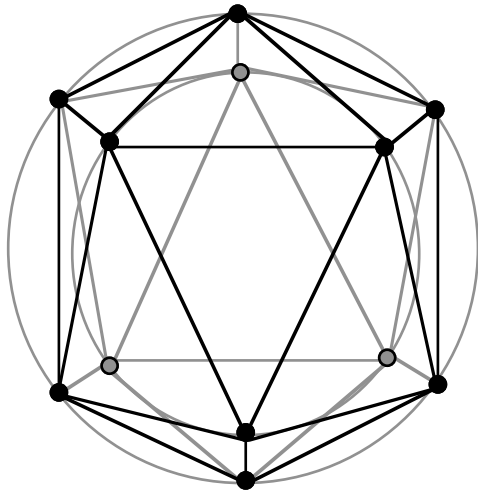
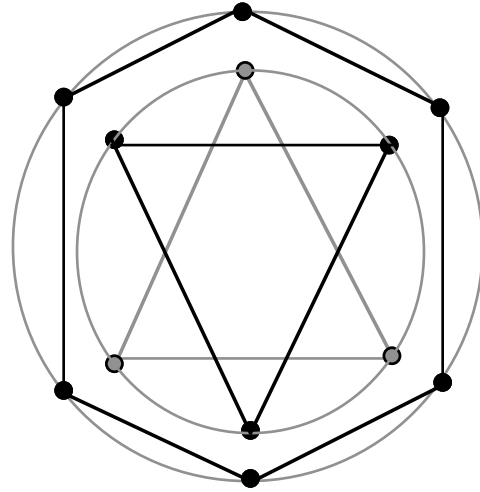
On observe que les diverses figures donnent à voir "le même objet", via des gestes de passages constructifs qui ne sont pas dit, qui sont dans les plan entre les six figures successives. Ces gestes sont infimes, et peuvent s'écrire symboliquement par les différences (nulles) entre les comptages dans chacune des figures :  $2.3+6$ ,  $12$ ,  $(2.5)+(1+1)$  et  $(5+1)+(5+1)$ . A compter ces gestes pour rien, on assimile donc les diverses présentations comme étant d'un même objet. Soit :

$$\begin{aligned}
 2.3 + 6 &= 6 + 6 = 12, \\
 (2.5)+(1+1) &= 10 + (1+1) = 10 + 2 = 12, \\
 (5+1)+(5+1) &= 6 + (5+1) = 6 + 6 = 12
 \end{aligned}$$

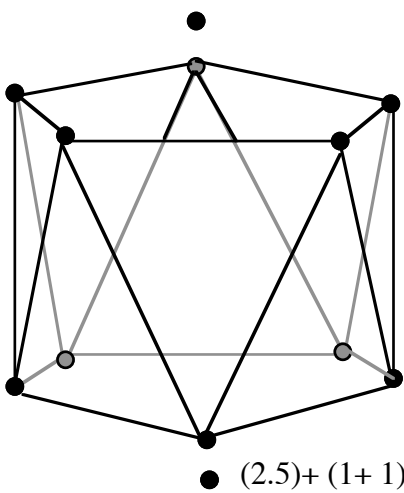
On a là des identités prouvables en arithmétique, où le geste géométrique compte pour rien, et le récit de ces gestes invalide ces identités, dévoile l'oubli qui y allait de soi est les faisait fonctionner. La question de l'assimilation en mathématique touche à ceci : tout ce qui tient par oubli d'assimilations effectuées.



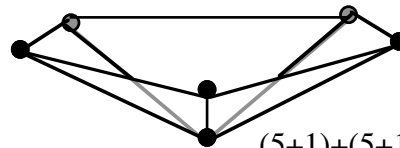
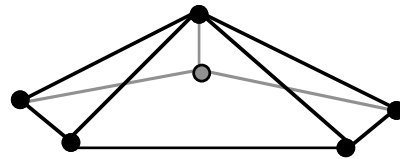
(2.3)+6



12



● (2.5)+ (1+ 1)



(5+1)+(5+1)



35.9. Grothendieck, à partir d'un matériaux de couples yin-yang qu'il considère comme non-accidentels<sup>4</sup>, a donc élaborer de la mise en circuits, et par des groupements, élaborer les figures 35.3 et 35.5. (icosaèdre), et aussi la figure 35.7. (double ronde de 12). En fait ces figures ne sont pas sans rapports, mais je n'y insisterai pas ici.

Il indique aussi d'autres "fleurs" que la double ronde de 12, comme les doubles rondes courage-humilité-assurance-circonspection-décision-prudence-courage, confiance-doute-foi-présentiment-réponse-question-affirmation-réserve-confiance, ou encore connaissance-pardon-rétribution-charité-justice-grâce-jugement-compréhension-connaissance.

La suite de son élaboration consiste en une synthèse, la fabrication d'un "arbre de Noël" (p. PU110), dont l'axe vertical descendant (le tronc) est

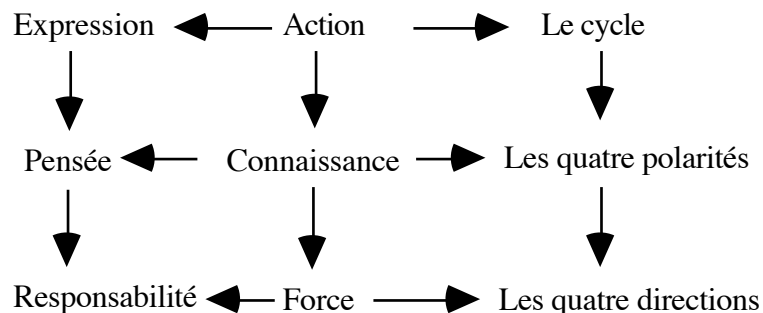
Conception Action Mouvement Lumière Connaissance Foi Autorité Elan Densité Fermeté Force

Sur le côté gauche s'ajoute trois branches : Mouvement-Expression, Connaissance-dodécaèdre de la pensée yin-yang, Fermeté-Responsabilité, et le dodécaèdre est suspendu à l'arbre par Expression-Totalité et Causalité-Responsabilité.

Sur le côté droit il y a trois branches Mouvement-Chaleur, Lumière-Emotion, Autorité-paquet de Noël. Le paquet de Noël contient : Profondeur, Epaisseur, Largeur, Durée, Continuum. Il est accroché à Evolution, et on a des liaisons Chaleur-Emotion, Emotion-Ethique, Emotion-Grandeur, Ethique-Evolution, Grandeur-Evolution, qui forment un losange suspendu à Chaleur, le paquet de Noël étant accroché à ce losange.

Rappelons que tous ces mots sont des noms de groupements de couples yin-yang.

Après quoi, il médite sur cet arbre de Noël, et termine en en faisant une lecture groupée, proposant la Fenêtre (sur l'univers) :



Cette Fenêtre organise neuf Portails, dont chacun vient d'un groupement de termes de l'arbre de Noël (lesquels termes sont appelés des Portes, et, on l'a indiqué, sont, chacun des groupement de couples ying-yang). Pensée est le dodécaèdre de la pensée qui cherche déjà expliqué. Les quatre directions est le paquet de Noël. Les quatre polarités est le losange Emotion-Ethique, Emotion-Grandeur, Ethique-Evolution, Grandeur-Evolution. Le cycle est Chaleur. Action est Conception, Action, Mouvement. Connaissance est Lumière, Connaissance, Foi. Force est Autorité, Elan, Densité, Fermeté, Force. De cette Fenêtre le côté droit (que nous voyons donc à gauche sur la feuille) est yang, et le côté gauche est yin.

<sup>4</sup> voir son texte pour la liste complète.

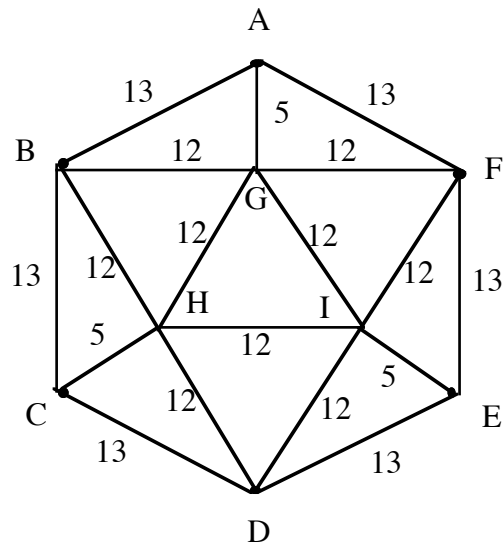
35.10. Je retiens que les trois structures "abouties" que Grothendieck dégagent sont donc :

- l'hexagramme puis le biicosaèdre,
- la double ronde de 2 fois 12 en zig-zag,
- l'arbre de Noël, puis la Fenêtre, en carré divisé en 4.

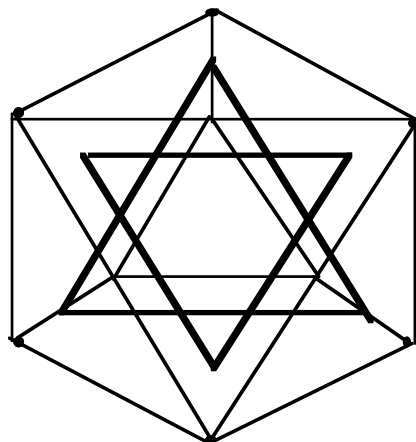
Je laisse de côté la "structure" de la Fenêtre. Pour la double ronde, je vais l'illustrer au plan mathématique au prochain numéro. De plus elle n'est pas ici sans rapport avec la structure du biicosaèdre, l'une pouvant aisément s'inscrire dans l'autre, et cette dernière est étroitement liée aux figure d'hexagones "projectifs" i.e. aux borroméens envisagés au numéro 34. Je suis donc amené à regarder la figure plate (logotopiquement équivalente, mais distincte de la vue de l'icosaèdre), où sont indiquées les longueurs des côtés.

Le lecteur pourra chercher le plus courts chemin qui passe par tous les sommets (en empruntant éventuellement plusieurs fois la même arêtes. On trouvera<sup>5</sup>

ABCHCDEIEFGBHDIHGIFAG.

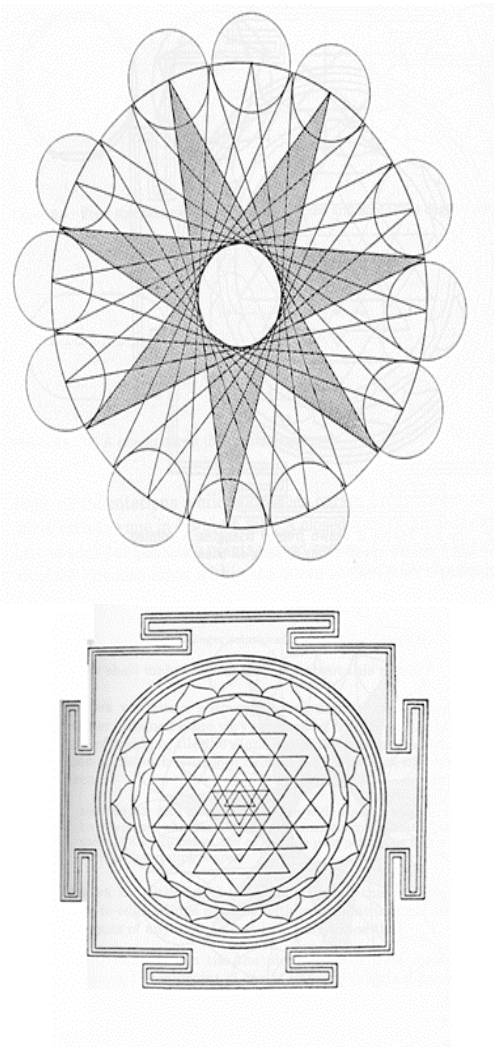


On peut alors procéder aux inscriptions utiles, comme par exemple :



<sup>5</sup> H.E. Dudeney, *536 Puzzles & Curious Problems*, edited by M. Gardner, ed. Charles Scribner's Sons, New York, 1967., problem n°423.

35.11. Indiquons le caractère traditionnel<sup>6</sup> des configurations envisagées, par deux exemples :



35.12. Comme je le disais au début de 35.1., dans cette élaboration je retiens deux choses.

D'une part la question de l'icosaèdre, de la double ronde de 12, parce qu'elle enrichie le jeu des avatars du borroméen vu en 34. Au numéro 36 ci-après, je montrerai comment on peut la voir apparaître dans l'organisation mathématique de la trigonométrie. Histoire de dégager le lecteur positiviste de la difficulté qu'il peut éprouver ici dans le caractère mixte de l'élaboration (entre le formalisme schématique, et les nominations et métaphores basées sur de l'interprétation (non "prouvée") des mots de la langue).

Et d'autre part, je retiens également la question d'une théorie du yin-yang parallèle à celle de l'assimilation. Comme le dit Grothendieck (p. PU49-50) il s'agit, au plan mathématique, d'une combinatoire de groupements et sur-groupements, produisant des structures dérivées, à partir d'un ensemble de base T organisé en un graphe orienté (les couples yin-yang), et, simultanément en une structure d'affinité (voisinage ou proximité des termes) organisant T en un graphe (non-orienté) au titre de laquelle on procède aux groupements. L'élaboration des structures dérivées procède donc d'un régime d'assimilations entre les termes (éléments de T) aux seins desquels on a pointé une structure yin-yang. La "situation objectivement donnée" est celle du graphe yin-yang, et l'assimilation (pour employer mes termes et conceptions), donnée seconde non-explicite formellement dans le

---

<sup>6</sup> on comprendra qu'il ne s'agit pas ici d'un argument d'autorité...

travail, est la ressource élaboratrice. Cette ressource est "ouverte" ou flou, indéterminée, dans l'instant de l'acte élaborateur. Comme le dit Grothendieck, "une telle situation ne semblera pas tellement étrange au mathématicien (disons) qui serait rompu à la tâche d'édifier des théories"<sup>7</sup>.

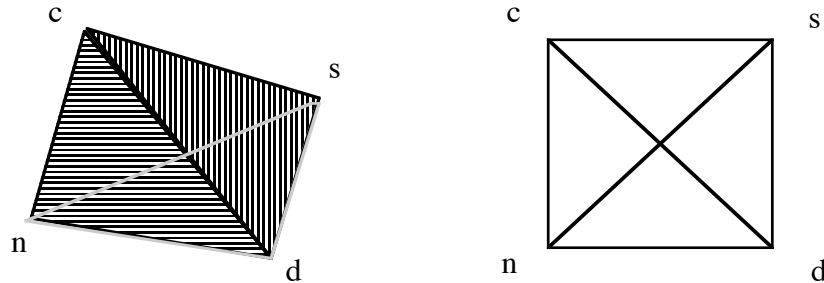
On verra plus tard comment les deux théories, - au demeurant binaires -, de yin-yang et d'assimilation, se complètent, se renvoient l'une à l'autre, et comment tout ceci est à réformer dans la perspective ternaire.

---

<sup>7</sup> on observera ici l'accord entre cette remarque et ce que j'ai déplié en détail dans "La Pulsation Mathématique".

### 36. LE DODECAGRAMME TRIGONOMETRIQUE.

36.1. On construit un "Dodécagramme Trigonométrique" en formant, avec 4 lettres distinctes n, s, c, et d, tous les couples de lettres distinctes. Autrement dit, on commence avec un tétraèdre, que l'on peut voir comme un carré, et on en nomme les  $2 \times 6$  arêtes orientées.:

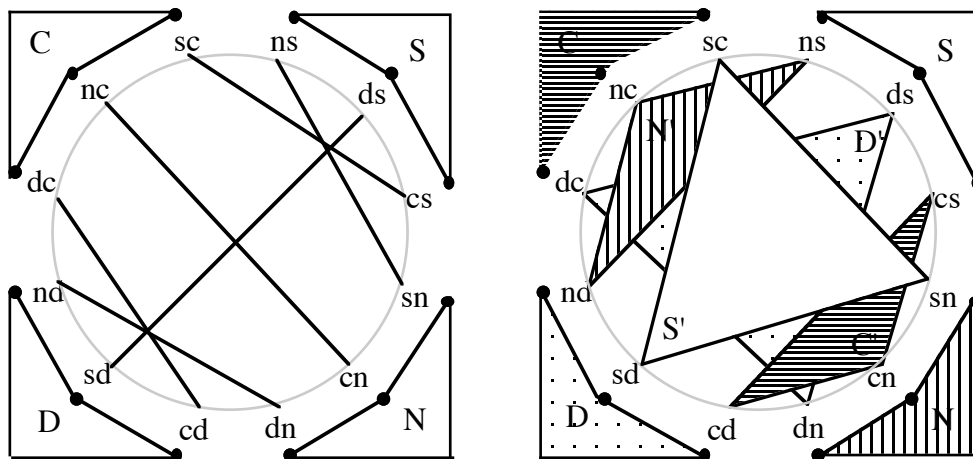


On groupe ces couples par paquets de trois, nommés N, S, C, D, avec

$$N = \{dn, cn, sn\}, S = \{cs, ds, ns\}, C = \{sc, nc, dc\}, D = \{nd, sd, cd\}.$$

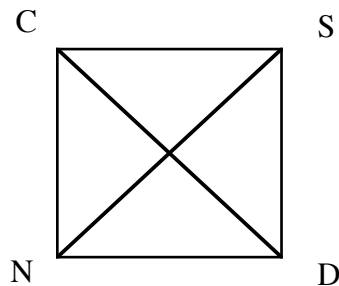
Ainsi N est formé des arêtes qui arrivent en n, S de celles arrivant en s, C de celles arrivant en c, et D de celles arrivant en d. On appellera ces paquets les paquets rentrants. On peut aussi considérer les paquets N', S', C' et D', formés des arêtes qui partent de n, s, c et d. On appellera ces paquets les paquets sortants.

On dispose ces couples ou arêtes aux sommets d'un dodécagone comme suit, en liant les couples opposés (c'est-à-dire constitués des mêmes lettres en ordre opposé, et correspondant à la même arête mais dans les deux possibilités d'orientations) ; on fait apparaître les 2 systèmes (d'espèces "rentrant" ou "sortant") de 4 paquets de 3 :



De la sorte, les trois éléments de chaque paquet d'une espèce ont leurs opposés répartis dans les trois autres paquets de la même espèce, chaque élément du paquet considéré ayant son opposé dans le paquet nommé par la majuscule de la lettre du couple qui n'est pas la minuscule du nom de son paquet : ainsi sc qui est dans C a son opposé cs dans S, et sc qui est dans S' a son opposé cs dans C'. De plus, dans le dodécagone, les termes centraux des paquets rentrants ont pour opposé le terme central du paquet rentrant qui lui fait face. Cette structure apparaît donc comme une analyse, un déploiement, du système des sommets et arêtes du

tétraèdre initial, que l'on retrouve par les groupements majuscules. Par exemple avec les paquets rentrants N, S, C, D, on les situe sur un tétraèdre, en les liant en vertu des liaisons d'opposition entre leurs éléments :



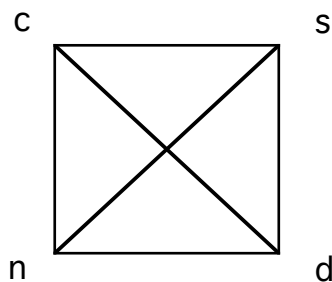
Ainsi est révélée le système des arêtes et les incidences en icelui.

On garde en mémoire la composition des arêtes orientées qui se suivent, en écrivant, si p, q et r sont trois lettres parmi les quatre :

$$pq.qr = pr.$$

Ceci exprime que le cheminement de p vers q suivi du cheminement de q vers r nous mène, en partant de p, au même lieu que le cheminement de p vers r. La chose s'écrirait vectoriellement par la "formule de Chasles".

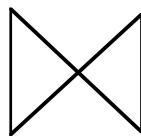
On doit aussi regarder le système des faces, ou circuit de longueur 3, et le système des circuits de longueur 4 (ou circuits complets, dit hamiltoniens). Il y a 4 faces, chacune avec deux orientations ou sens de parcours possibles, soit 8 faces orientées. On peut désigner chacune des faces par la lettre script du sommet qui n'y appartient pas, et la configuration obtenue est encore un tétraèdre (ou un carré) :



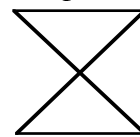
Il y a 3 circuits complets (que l'on peut appeler des parcours (complets, sans croisements)), et, pour chacun, deux sens de parcours, soit en tout 6 circuits complets orientés (que l'on peut appeler des visites (complètes, sans croisements)). Chaque parcours est déterminé par les deux arêtes non-adjacentes qu'il évite. Sur le dessins en carré ces parcours sont :



**R**



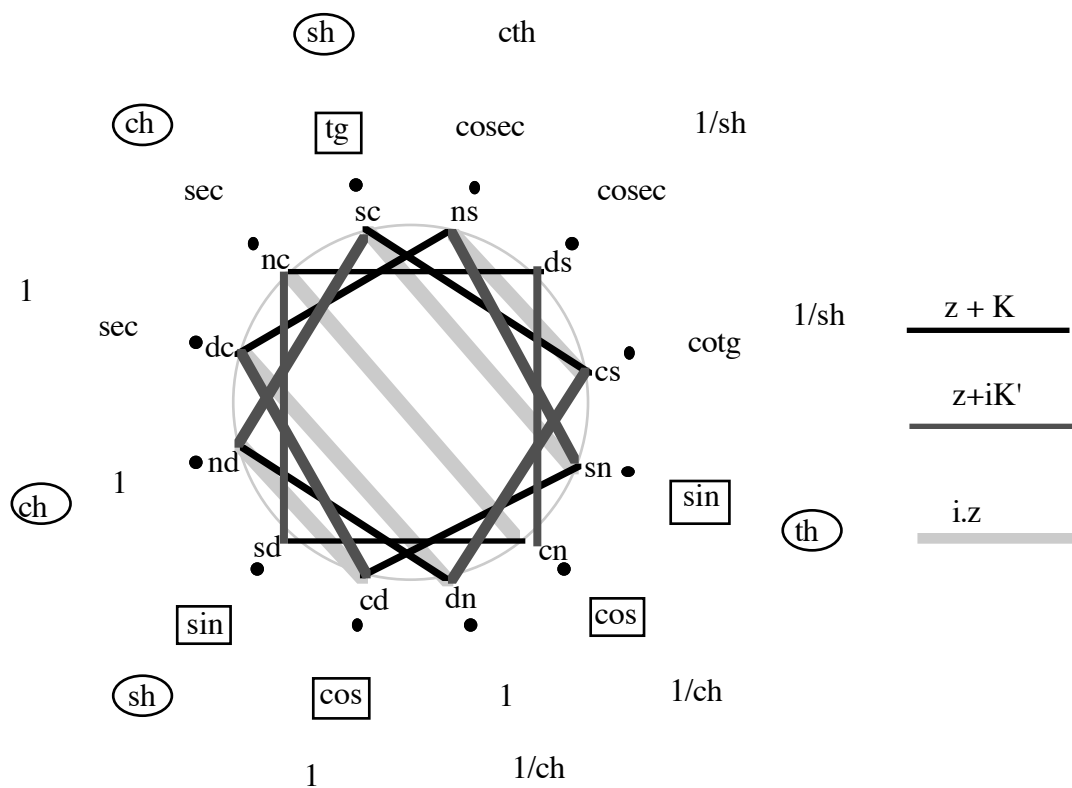
**S**



**I**

L'organisation de ces parcours est alors le schème borroméen.

36.2. Sur cette matrice des 12 arêtes orientées, on peut disposer les noms des fonctions trigonométriques circulaires ou hyperboliques comme suit. J'ai entouré (en rectangle ou en ovale) les noms couramment utilisés : sin, cos et tg, et sh, ch, th. Les autres noms nécessaires sont "1" ou les noms de fonctions à tort oubliées, ou du moins négligés, qui pourtant participent de la symétrie d'ordre 6 dans le calcul trigonométrique. Il faut donc rétablir cette symétrie, et ajouter les termes "1", qui ne sont pas aux mêmes places dans les cas circulaire ou hyperbolique, et correspondent à quelque chose de dégénéré dans un cas et pas dans l'autre. On observe que les noms usuels (entourés) ne couvrent dans chaque cas qu'un fragment de 5 places, et que les deux fragments ainsi couverts ne sont pas les mêmes, se chevauchent seulement sur 3 places, la zone nord-est étant dépourvue de ces noms usuels. Sur le dessin figure aussi d'autres informations que l'on commente un peu plus loin (en 36.4).



La mise en place sur le dodécagone est réalisée de sorte à respecter toujours la composition des arêtes orientés du tétraèdre originel, c'est-à-dire de sorte qu'à la composition  $pq.qr = pr$  d'arêtes, corresponde une formule de produit qui soit satisfaite pour les fonctions nommées. Par exemple la formule  $tgx = \sin x / \cos x$ , qui s'écrit aussi  $tgx \cdot \cos x = \sin x$  correspond à la composition  $sc.cn = sn$ . Par exemple aussi on lira, à partir de  $nc.cn = 1$ , que  $secx = 1/\cos x$ .

36.3. Une deuxième propriété de la figure est que, dans chacun des 4 groupements par 3 on a des relations pythagoriques entre les fonctions nommées, qui s'écrivent par 3 comme suit. Notons qu'usuellement, on se contente d'énoncer  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$  et  $ch^2 x - sh^2 x = 1$ , puisqu'en effet, compte-tenu des relations de compositions, ceci suffit à déduire les autres relations. Mais ici nous voulons faire jouer systématiquement l'ensemble des symétries du système. On relève donc un jeu de 12 identités, dont certaines dégénérées, et certaines écrites de façon apparemment inutilement compliqué (on laisse une différence visible entre 1 et 1<sup>2</sup>,

on écrit  $0^2$  plutôt que 0). Ainsi au lieu d'écrire clairement et univoquement les deux seules identités utiles,  $\cos^2x + \sin^2x = 1$  et  $\text{ch}^2x - \text{sh}^2x = 1$ , on écrit de manière compliquée, surabondante, la même chose plusieurs fois, et un certain nombre de trivialisés. Cette pratique d'écriture et répétition est souvent un ressort de l'activité mathématique qui peut avoir des effets révélateurs. Ici l'intérêt se dévoile aussitôt après, en ce que la manœuvre permet l'unification des deux corpus circulaire et hyperbolique.

Pour les fonctions circulaires on a :

N :	$1^2 - 0^2 \cdot \cos^2x = 1^2,$	$\cos^2x + \sin^2x = 1,$	$0^2 \cdot \sin^2x + 1^2 = 1,$
S :	$\cotg^2x - \text{cosec}^2x = -1^2,$	$\text{cosec}^2x - \text{cosec}^2x = -0^2,$	$\text{cosec}^2x - \cotg^2x = 1,$
C :	$\text{tg}^2x - \sec^2x = -1,$	$1^2 \cdot \sec^2x - \sec^2x = -0^2,$	$\sec^2x - 1^2 \cdot \text{tg}^2x = 1,$
D :	$1^2 - 0^2 \cdot \sin^2x = 1,$	$1^2 \cdot \sin^2x + \cos^2x = 1,$	$0^2 \cdot \cos^2x + 1^2 \cdot 1 = 1.$

Pour les fonctions hyperboliques on a :

N :	$(1/\text{chx})^2 - 1^2 \cdot (1/\text{chx})^2 = 0^2,$	$(1/\text{chx})^2 + \text{th}^2x = 1,$	$1^2 \cdot \text{th}^2x + (1/\text{chx})^2 = 1,$
S :	$(1/\text{shx})^2 - (1/\text{shx})^2 = -0^2,$	$(1/\text{shx})^2 - \text{cth}^2x = -1^2,$	$\text{cth}^2x - (1/\text{shx})^2 = 1,$
C :	$\text{sh}^2x - \text{ch}^2x = -1,$	$0^2 \cdot \text{ch}^2x - 1^2 = -1^2,$	$1^2 - 0^2 \cdot \text{sh}^2x = 1,$
D :	$\text{ch}^2x - 1^2 \cdot \text{sh}^2x = 1,$	$0^2 \cdot \text{sh}^2x + 1^2 = 1,$	$1^2 \cdot 1^2 + 0^2 \cdot \text{ch}^2x = 1.$

Pour induire les relations pythagoriques dans les deux cas particuliers à partir de relations pythagoriques au niveau du jeu de lettres avec les arêtes, on introduit deux nouvelles lettres  $k$  et  $k'$ , liée par une relation dite de conjugaison :

$$\text{conj}(k, k') : \quad k^2 + k'^2 = 1,$$

et on impose des identités formelles au sein de chaque paquet, ainsi :

N :	$\text{dn}^2 - k^2 \text{cn}^2 = k'^2,$	$\text{cn}^2 + \text{sn}^2 = 1,$	$k^2 \text{sn}^2 + \text{dn}^2 = 1,$
S :	$\text{cs}^2 - \text{ds}^2 = -k'^2,$	$\text{ds}^2 - \text{ns}^2 = -k^2,$	$\text{ns}^2 - \text{cs}^2 = 1,$
C :	$\text{sc}^2 - \text{nc}^2 = -1,$	$k'^2 \text{nc}^2 - \text{dc}^2 = -k^2,$	$\text{dc}^2 - k'^2 \text{sc}^2 = 1,$
D :	$\text{nd}^2 - k^2 \text{sd}^2 = 1,$	$k'^2 \text{sd}^2 + \text{cd}^2 = 1,$	$k^2 \text{cd}^2 + k'^2 \text{nd}^2 = 1.$

R

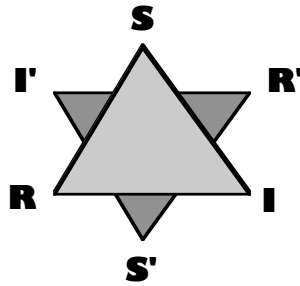
S

I

On retrouve alors parfaitement le cas circulaire en posant  $k = 0$  et  $k' = 1$ , et le cas hyperbolique en posant  $k = 1$  et  $k' = 0$ .

Ainsi les 12 formules pythagoriques s'organisent en 4 groupes de 3, et dans chaque groupe, les trois relations sont surabondantes, chacune se déduisant des deux autres. Si on lit les 12 formules (comme sur notre tableau) par 3 groupes de 4, nommés R, S, I, on a donc que ces trois groupes, dont on a indiqué plus haut l'organisation borroméenne, ont bien cette propriété que chacun est déterminé par les deux autres. Pour manipulations et calculs éventuels, on pourra figurer ces groupes muni d'une orientation ainsi





et les noter comme des permutations circulaires sur 4 termes, de sorte que les 24 suites de 4 lettres distinctes se trouvent réparties en  $2 \times 3 = 6$  groupes.:

$$\begin{aligned}
 R &= (\text{ndsc}) = (\text{dscn}) = (\text{scnd}) = (\text{cnds}), & R' &= (\text{ncsd}) = (\text{csdn}) = (\text{sdnc}) = (\text{dnsc}), \\
 S &= (\text{nsdc}) = (\text{sdcn}) = (\text{dcns}) = (\text{cnsd}), & S' &= (\text{ncds}) = (\text{cdsn}) = (\text{dsnc}) = (\text{sncd}), \\
 I &= (\text{nscd}) = (\text{scdn}) = (\text{cdns}) = (\text{dnsc}), & I' &= (\text{ndcs}) = (\text{dcsn}) = (\text{csnd}) = (\text{sndc}).
 \end{aligned}$$

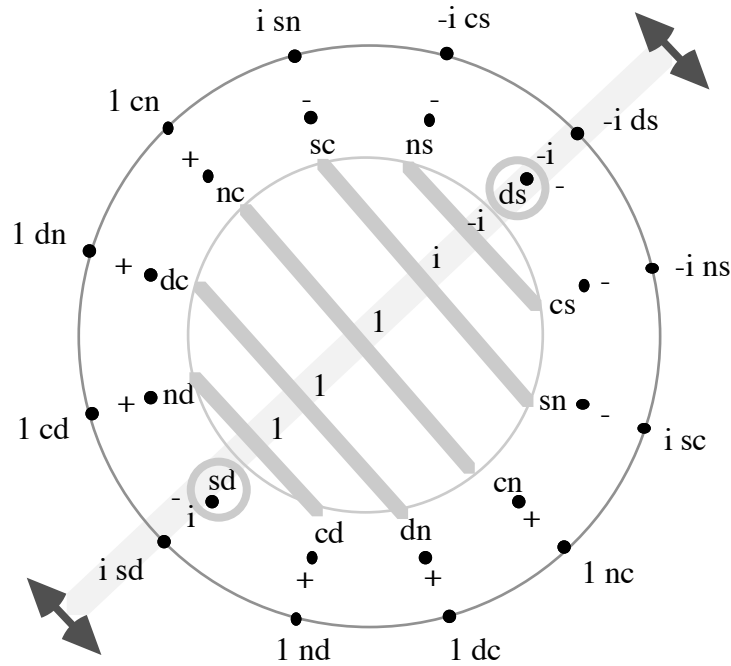
36.4. Sur le schéma que j'ai proposé en 36.2., figure aussi d'autres informations, comme les traits épais pointillés nommés "iz". En voici la signification.

Considérons donc tout d'abord cette structure relative à "iz". Pour la comprendre on dédouble les éléments arêtes. Au lieu par exemple d'avoir un seul terme "sn", on en aura deux, l'un relatif à k, et l'autre relatif à k'. on précisera en écrivant désormais, au lieu de "cs", soit cs(k), soit cs(k') ; et de même pour les onze autres cas. On dispose maintenant de 24 signes : cs(k), ..., sn(k), cs(k'), ...sn(k'). On introduit de plus sur ces 24 signes l'ajout d'un coefficient +1, -1, i, -i, qui se multiplient entre eux suivant la structure de groupe de Klein :

	1	-1	i	-i
1	1	-1	i	-1
-1	-1	1	-1	i
i	i	-i	-1	1
-i	-i	i	1	-1

On arrive ainsi à 96 signes : +1 cs(k), -1 cs(k), i cs(k), -i cs(k), ..., i sn(k'), -i sn(k'). On ajoute enfin à l'intérieur des parenthèses un deuxième coefficient pris parmi +1, -1, i, -i, obtenant donc 384 signes : +1 cs(+1,k), +1 cs(-1,k), +1 cs(i,k), +1 cs(-i,k), ..., etc, ..., -i sn (+1,k), -i sn(-1,k), -i sn(i,k), -i sn(-i,k).

Entre ces 384 signes on demande que règne des identités, dont les génératrices sont justement ce qu'on indique par les traits "i.z". Précisons sur la figure ci-après.



Les identités génératrices sont figurées ainsi. Dans le cercle intérieur figure des symboles  $cs, \dots, sn$ , relatif à  $k$  (soit donc  $+1 cs(+1, k), \dots, +1 sn(+1, k)$ ), et dans le cercle extérieur des symboles relatifs à  $k'$ . Par exemple "au-dessus" du  $cs$  intérieur (soit  $+1 cs(+1, k)$ ) figure  $-i ns$  (qui vaut plus explicitement donc pour  $-i ns(+1, k')$ ). La même information est aussi indiquée par le trait épais pointillé surmonté d'un  $-i$  qui, dans le cercle intérieur joint  $cs$  à  $ns$ . Ce qui est ainsi figuré est alors l'identité (que l'on impose) :

$$-i ns(+1, k') = +1 cs(i, k).$$

De plus, sur le cercle intérieur on a marqué à côté de chaque symbole un signe  $+$  ou un signe moins. Ce signe représente la demande d'une "symétrie" ou d'une antisymétrie du symbole en question. Par exemple à côté de  $cs$  figure un  $-$ , et à côté de  $cn$  figure un  $+$ , et ceci correspond aux l'identités (que l'on impose) :

$$+1 cs(-1, k) = -1 cs(+1, k), \text{ et } +1 cn(-1, k) = +1 cn(+1, k).$$

Notre dessin représente (donne à voir) donc les 24 identités suivantes :

$+1 cs(i, k)$	$= -i ns(+1, k')$ ,	$+1 cs(-1, k) = -1 cs(+1, k)$ ,
$+1 ds(i, k)$	$= -i ds(+1, k')$ ,	$+1 ds(-1, k) = -1 ds(+1, k)$ ,
$+1 ns(i, k)$	$= -i cs(+1, k')$ ,	$+1 ns(-1, k) = -1 ns(+1, k)$ ,
$+1 sc(i, k)$	$= i sn(+1, k')$ ,	$+1 sc(-1, k) = -1 sn(+1, k)$ ,
$+1 nc(i, k)$	$= +1 cn(+1, k')$ ,	$+1 nc(-1, k) = +1 cn(+1, k)$ ,
$+1 dc(i, k)$	$= +1 dn(+1, k')$ ,	$+1 dc(-1, k) = +1 dc(+1, k)$ ,
$+1 nd(i, k)$	$= +1 cd(+1, k')$ ,	$+1 nd(-1, k) = +1 nd(+1, k)$ ,
$+1 sd(i, k)$	$= i sd(+1, k')$ ,	$+1 sd(-1, k) = -1 sd(+1, k)$ ,
$+1 cd(i, k)$	$= +1 nd(+1, k')$ ,	$+1 cd(-1, k) = +1 cd(+1, k)$ ,
$+1 dn(i, k)$	$= +1 dc(+1, k')$ ,	$+1 dn(-1, k) = +1 dn(+1, k)$ ,
$+1 cn(i, k)$	$= +1 nc(+1, k')$ ,	$+1 cn(-1, k) = +1 cn(+1, k)$ ,
$+1 sn(i, k)$	$= +i sc(+1, k')$ ,	$+1 sn(-1, k) = -1 sn(+1, k)$ .

Ces identités vont alors engendrer toutes les identités que nous avons pour le moment en vue entre les 384 symboles. En effet, en vertu du fait que  $-1 = (i).(-1)$ , on "calcule" par exemple :

$$+1 \text{ cs}(-i, k) = +1 \text{ cs}((i).(-1), k) = -i \text{ ns}(-1, k') = (-i)(-1) \text{ ns}(+1, k') = i \text{ ns}(+1, k').$$

On impose donc alors :

$$+1 \text{ cs}(-i, k) = \text{ns}(+1, k').$$

Ainsi on crée 12 identités supplémentaires :

$$\begin{aligned} +1 \text{ cs}(-i, k) &= -i \text{ ns}(+1, k'), \\ +1 \text{ ds}(-i, k) &= -i \text{ ds}(+1, k'), \\ +1 \text{ ns}(-i, k) &= -i \text{ cs}(+1, k'), \\ +1 \text{ sc}(-i, k) &= i \text{ sn}(+1, k'), \\ +1 \text{ nc}(-i, k) &= +1 \text{ cn}(+1, k'), \\ +1 \text{ dc}(-i, k) &= +1 \text{ dn}(+1, k'), \\ +1 \text{ nd}(-i, k) &= +1 \text{ cd}(+1, k'), \\ +1 \text{ sd}(-i, k) &= i \text{ sd}(+1, k'), \\ +1 \text{ cd}(-i, k) &= +1 \text{ nd}(+1, k'), \\ +1 \text{ dn}(-i, k) &= +1 \text{ dc}(+1, k'), \\ +1 \text{ cn}(-i, k) &= +1 \text{ nc}(+1, k'), \\ +1 \text{ sn}(-i, k) &= +i \text{ sc}(+1, k'). \end{aligned}$$

On multiplie la quantité des 36 identités par deux en demandant aussi les mêmes dans lesquelles  $k$  et  $k'$  sont échangés. On a donc, finalement, 64 identités que l'on dira de symétrie élémentaires, au sein des 384 éléments considérés. En vertu de ces identités, chacun des 384 éléments peut être réduit à un unique terme parmi les 96 du type  $\text{pf}(+,h)$ , avec  $p = +1, -1, i$  ou  $-i$ , avec  $f = \text{cs}, \text{ds}, \dots$ , ou  $\text{sn}$ , et avec  $h = k$  ou  $k'$ .

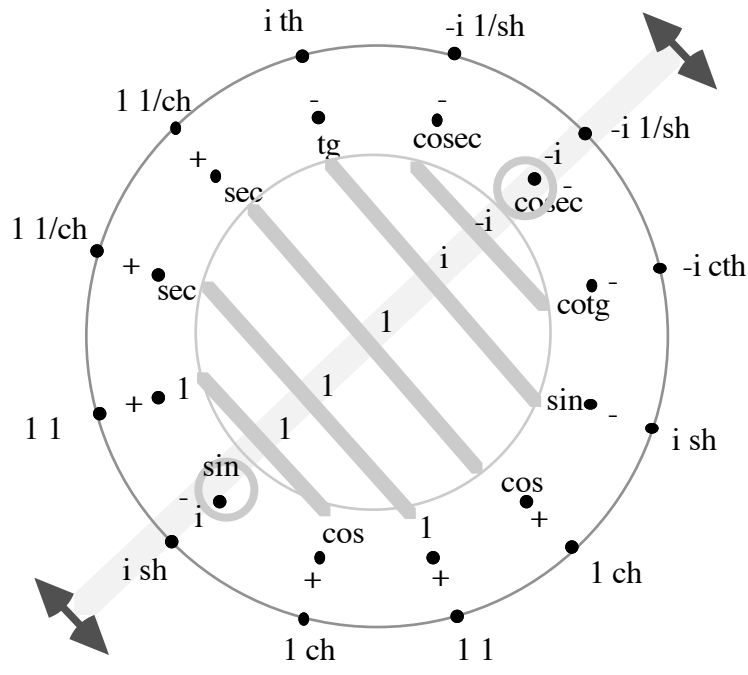
36.5. Lorsque l'on pense sur le cas des fonctions circulaires et hyperboliques, les identités que l'on vient de poser correspondent d'une part aux "échanges" entre le circulaire et l'hyperbolique via la multiplication par  $i$ , et, d'autre part aux propriétés de parité et imparité des fonctions en question. A savoir, d'une part,

$$\begin{aligned} \sin x &= -i \text{ sh}(ix), \quad \cos x = \text{ch}(ix), \quad \text{tg } x = -i \text{ th}(ix), \\ \text{sh}(x) &= -i \sin(ix), \quad \text{ch}(x) = \cos(ix), \quad \text{th}(x) = -i \text{tg}(ix), \end{aligned}$$

et, d'autre part,

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x, \quad \cos(-x) = \cos x, \quad \text{tg}(-x) = -\text{tg } x, \\ \text{sh}(-x) &= -\text{sh } x, \quad \text{ch}(-x) = \text{ch } x, \quad \text{th}(-x) = -\text{th } x. \end{aligned}$$

Notons que dans ce cas la structure est plus contractée, à cause des dégénérescences à la valeur 1 de certaines des 24 fonctions de base, et aussi de certaines répétitions. En fait il n'y a que  $13 = 12 + 1$  fonctions de base distinctes, à savoir :  $\sin, \cos, \text{tg}, \text{cosec}, \text{sec}, \text{cotg}, \text{sh}, \text{ch}, \text{th}, 1/\text{sh}, 1/\text{ch}, \text{coth}$ , et 1. Dans ce cas la figure à 24 points ci-dessus devient donc :



36.6. Sur la figure du numéro 36.2. figure encore d'autres indications, nommé  $z+K$  et  $z+iK'$ . De façon analogue à ce que l'on vient de faire avec les traits de type  $i.z$ , j'expliquerais cette fois qu'il s'agit de symétrie associée à des échanges entre les signes du à des demi-périodes  $H$  et  $K'$ , comme on a dans le cas trigonométrique  $\sin(x+\pi/2) = -\cos(x)$ , etc. Mais je ne veux pas en dire d'avantage ici, mon propos étant limité à amorcer la mise en place de la structure organisatrice des trigonométries sur les figures indiquées. Le cas général correspond à la structure des fonctions elliptiques de Abel et de Jacobi, comme  $\text{sn}(z, k)$ ,  $\text{cn}(z, k)$ , etc., avec les notations de Gudermann, lesquelles fonctions "unifient" en quelque sorte les fonctions circulaires et hyperboliques. On trouve donc à réaliser la structure formelle générale proposée, et concrétisée partiellement en en nommant les termes par les fonctions trigonométriques circulaires et hyperboliques, en en nommant les termes maintenant par les fonctions elliptiques. La symétrie mise en place fonctionne alors avec ses fonctions dans sa généralité. Et cette symétrie correspond à la symétrie de l'écriture exacte des intégrales dont ces fonctions sont les fonctions réciproques : autrement dit, avec

$$k^2 + k'^2 = 1,$$

on peut contempler la symétrie des 2 fois 12 intégrales associées, dont, voici les 12 relatives à  $k$ , les 12 autres, relatives à  $k'$  s'obtenant par échange des rôles de  $k$  et  $k'$  :

-  $\text{sn}$ ,  $\text{cn}$  et  $\text{dn}$  sont les fonctions réciproques des intégrales :

$$\int_0^z \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} , \int_z^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(k'^2+k^2t^2)}} , \int_z^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(t^2-k^2)}} ,$$

-  $\text{cd}$ ,  $\text{sd}$ ,  $\text{nd}$  sont les fonctions réciproques des intégrales :

$$\int_z^1 \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} , \int_0^z \frac{dt}{\sqrt{(1+k^2t^2)(1-k'^2t^2)}} , \int_1^z \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(1-k'^2t^2)}} ,$$

- dc, nc, sc sont les fonctions réciproques des intégrales :

$$\int_1^z \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t^2-k^2)}} , \int_1^z \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(k^2+k'^2t^2)}} , \int_0^z \frac{dt}{\sqrt{(1+t^2)(1+k'^2t^2)}} ,$$

- ns, ds, cs sont les fonctions réciproques des intégrales :

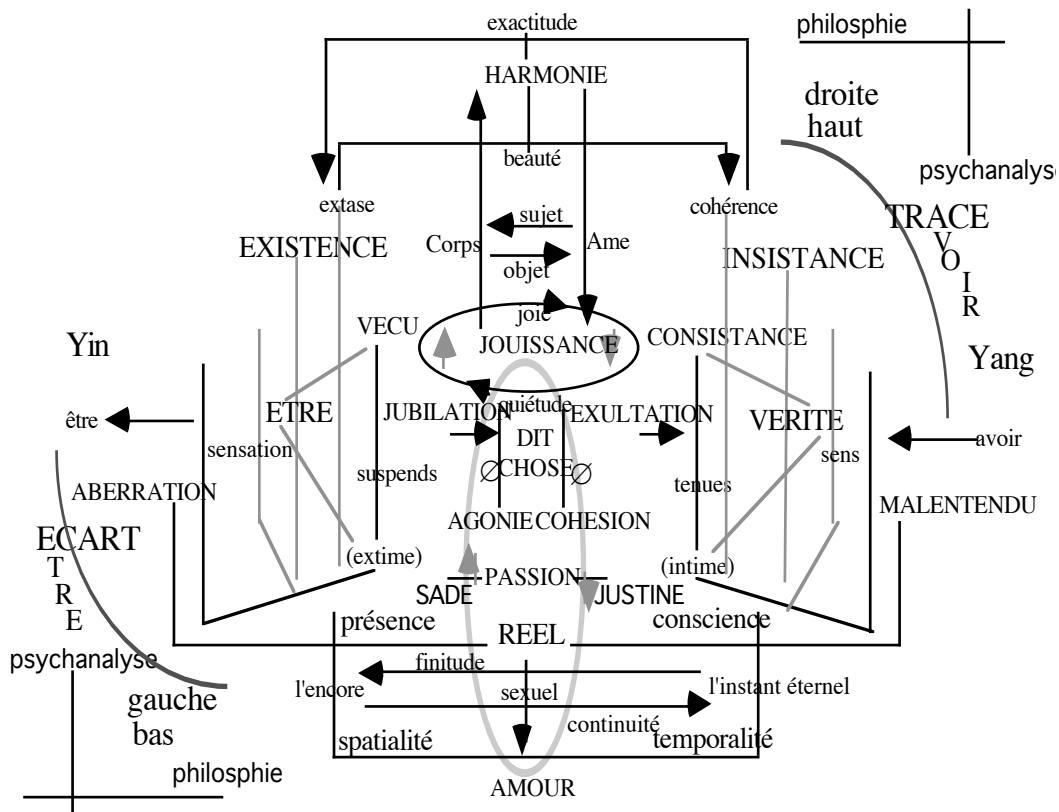
$$\int_z^{\bullet} \frac{dt}{\sqrt{(t^2-1)(t^2-k^2)}} , \int_z^{\bullet} \frac{dt}{\sqrt{(t^2+k^2)(t^2-k'^2)}} , \int_z^{\bullet} \frac{dt}{\sqrt{(t^2+1)(t^2+k'^2)}} .$$

36.7. Ce à quoi je voulais arriver par cette élaboration, c'est indiquer que, sans nécessairement sortir de la mathématique la plus classique, du travail de "nominations sur un schème" en vue de comprendre une structure est tout-à-fait envisageable et utile. Ce qui s'organise alors ce ne sont plus des mots de la langue ou des concepts philosophiques ou psychanalytiques, mais les éléments-notions d'une théorie, d'un calcul, lesquels éléments sans cela restaient éparpillés. Ainsi, sans faire aucune métaphores, le schéma de la double ronde de 12 de Grothendieck à propos de la structure qu'il conçoit de la pensée qui découvre, peut tout aussi bien servir, hors de ce propos, au mathématicien pour, par exemple donc, mettre en place les trigonométries et fonctions elliptiques. De plus on a bien vu comment se schéma s'engendre à partir du tétraèdre, en jouant sur les arêtes, comment on y retrouve le borroméen. N'oublions pas que le but de ces notes depuis le numéro 34 est de familiariser avec la ternarité. Après quoi on abordera la théorisation ternaire de l'assimilation.

36.8. A partir de là, on pourrait poursuivre, par exemple en voyant si "l'ordre cyclique" choisi sur les 12 termes, a un sens géométrique ici. En particulier, peut-être cela se comprendrait-il du fait, au niveau circulaire de considérer, comme les anglo-saxons, que les fonctions circulaires sont 6 (avec sec et cosec). Il faudrait aussi reprendre la question de la construction géométrique déformant un cercle en hyperbole pour interpréter le passage circulaire/hyperbolique. Enfin, il faut, en tout état de cause, ajouter au dodécagramme trigonométrique son "axe", à savoir entre les cas  $k = 0, k' = 1$ , et  $k = 1, k' = 0$ , le cas  $k = 1/\sqrt{2}$ ,  $k' = 1/\sqrt{2}$ , qui est celui des fonctions lemniscatiques que contemplait Gauss.

## 37. CROISEMENT DES LIEUX DE LA PHILOSOPHIE ET DE LA PSYCHANALYSE

37.1.



### ECART / TRACE

37.2. Le schéma ci-dessus, nommé donc Ecart/Trace, a été élaboré en même temps que l'écriture d'une exploration<sup>8</sup> (à la lecture de laquelle je renvoie) d'où s'est dégagée, dans l'après-coup de calculs menés quelques mois auparavant, la question de la Logique Spéculaire. Je le reproduit ici comme exemple d'un travail "en pensée&schéma", dans l'installations de lieux et liens entre ces lieux, dans la méditation sur les mots et notions. Le schéma n'est pas un théorème, il ne résoud rien. Sa vertu est l'indication d'un cheminement décisif (c'est-à-dire au cours duquel des décisions théoriques (éventuellement provisoires mais néanmoins fermes) sont prises). Charge au lecteur, à l'auteur d'y revenir, de le réformer.

L'utilité ici est donc comme prélude à la logique spéculaire dont on parlera plus tard, et qui s'origine du plus marquant ici, le fait que le déploiement est construit dans deux directions, par divisions binaires successives de la chose ou du dit. L'essentiel est donc déjà dans la décision que la chose possède 2 "bords", un double abord (du point de l'être ou du point de l'avoir) eux-mêmes croisés. La chose on ne l'a pas, on ne l'est pas, et se voit du jeu des traces, s'éprouve des écarts. Donc, à retenir le réel de cette *bifurcation*., mise ici en scène de façon binaire (comme dirait Bobby Lapointe).

<sup>8</sup> R. Guitart, *Cohérence et Malentendu, Extase et Aberration : le Réel*, in L'Annatife, n°1 et 4, 1994.

A mon sens la véritable critique de ce schéma devrait être structurelle, sur le point de sa ressource binaire, et la question de sa reprise dans une perspective ternaire.

## 38. LOGOTOPIE

### 38.1. Commençons par le plan suivant, qui sert lui-même de logotope pour un exposé<sup>9</sup> de la question

#### LOGOTOPIE : CONSTRUCTION DES LIEUX DES DISCOURS

→ DISTINGUO :

Topologie : discrète/continue : combinatoire/générale

Logotopie : fermée/ouverte : finie/infinie

→ EPI THESE :

Voir & Dire

#### 3 AUTOUR DU POT (RESERVE) : FAUT VOIR : SUSPENDRE

faits : 0,1 : voir&dire et f(t)aire, circulation : le trou.

inscriptions : borroméens, mœbius, trèfle, tribar, hexagone, icosaèdre

calcul : relations ternaires, *trijonctions* (?)

logique : RSI

principe : cyclicité (?)

le fait refait : (géométrie triangulaire) ?

#### 2 DE DEUX CHOSES L'UNE (FAILLITE) : FAUT DIRE : TENIR

faits : voir&dire,  $\emptyset$  | CHOSE |  $\emptyset$  , la faille, bifurcation, équivoque, ambiguïté.

inscriptions : 1, 1+1, 2, D : deux : miroirs

calcul : relations binaires, *adjonctions*, équivalences

logique : classique $\otimes$ [local/global] = Spéculaire

principe : assimilation binaire fondatrice

le fait refait : dualité, la faille fondatrice du mathématique

#### $\infty$ MAIS ENCORE ? (DESIR) : QUE FAIRE ?

faits : d'où viennent les lieux ?

de l'éclatement nécessaire

inscriptions : diagrammes, polygrammes

calcul : pro-objets, diag.localement libres,

topos, u.a., construction des Percepts

logique : bordisme (?), cohomologie, carrés exacts

principe : logique = homologie (?) ; Même&Change

le fait refait : (l'accomplissement géométrique/le discours) ?

---

<sup>9</sup> en fait j'ai donné trois exposés sous ce titre "Logotopie : construction des lieux des discours" à Paris le 27 novembre 1998 et le 13 février 1999, à Bruxelles le 3 mars 1999. Le point "Voir & Dire" à été expliqué dès le début de ces notes (en 00). Le point "3" est développé ici en partie dans ces notes des numéros 34 à 36, le point " $\emptyset$  | CHOSE |  $\emptyset$ " est explicité ici au numéro 37. Le point "assimilation binaire fondatrice" parcourt bien sûr l'ensemble des notes précédentes. La question "Percepts" touche en particulier les N° 21 et 33, et le point de la définition des morphismes de régimes. Les points "SUSPENDRE", "TENIR" sont développés sous le titre "*Donc : tenir et suspendre du discours*", en un livre (environ 100 p.) à part, consacré au croisement de Descartes et Freud (qui doit paraître au PUF dans la collection du CIPh en l'an 2000). Quand à "*La pulsation mathématique : rigueur et ambiguïté, nature de l'activité mathématique, ce dont il s'agit d'instruire*", il s'agit d'un autre livre à publier (environ 210 p.), où est traité le spécifique du savoir-faire du mathématicien. Les questions "Même&Change", "ambiguïté", "miroirs" sont dans un livre toujours en suspens depuis 1991, intitulé "*La courbure de la Raison*" (420 p.), dont on peut avoir idée dans la conférence du même titre de la même époque. "Spéculaire" vise la Logique Spéculaire sur laquelle j'ai donné quelques articles ces dernières années. Le titre "bifurcation" était développé dans des conférences brésiliennes il y a deux ans. Enfin, "diag.localement libres" fait références aux travaux de Guitart et Lair de 1980-81, "carrés exacts" indique la théorie que j'ai introduite en 1978 (en lieu et place de la notion d'exactitude classique, pour développer la cohomologie non-abélienne), et "u.a." renvoie aux "univers algébriques" dont j'ai développé les principes entre 1970 et 1975. Dans la suite de ces notes je n'en rappellerai que les résultats nécessaires au développement de la question de l'assimilation. Les autres points du plan seront exposés in-extenso.



38.2. Donc la topologie est discours sur les lieux, et comporte deux pôles : un pôle discret ou combinatoire, disons la théorie des cw-complexes, dont l'idée est l'engendrement d'espaces de dimensions finies usuels par spécifications de collages entre des fragments simples (segments, triangles, tétraèdres, etc., carrés, cubes, etc., cercles, sphères, etc.) ; et un pôle continu ou général, à savoir la "topologie générale". Comme le disait E. Cech, la véritable topologie est à situer dans l'entre de ces deux pôles.

Ce que j'appelle logotopie<sup>10</sup>, par contre, est la question des lieux des discours, de la monstration des lieux où les discours se déploient. Là aussi il y a deux pôles. L'un que je dirai fermé ou idéal (yang), fini, où les formes des organisations de tels lieux sont là a priori, par exemple le borroméen, le trèfle, l'icosaèdre, et où le travail est une méditation sur la justesse de la nomination des lieux déjà prescrits en ces figures organisatrices. L'autre ouvert (yin), infini, où les lieux et leur organisation sont à inventer à partir d'un déploiement à régler du corpus en jeu, sans forme a priori, sans clôture prescrite.

Donc on ne confondra pas la question de la topologie ou des raisons que l'on peut dire sur les lieux, et la question de la logotopie ou des figures que l'on peut montrer en les discours. C'est sous condition de cette alternative qu'on peut distinguer entre le travail mathématique topologique courant, et le travail, logotopique donc plutôt que topologique, d'un Lacan travaillant ainsi à sa mise en place théorique de la psychanalyse, d'un Blanché inscrivant ses six modes pour la logique, d'un Grothendieck cherchant sur la structure en yin-yang dans la langue, etc. Ces travaux ne sont pas des métaphores ; leur usage n'est pas métaphorique au sens général du terme, mais relève de la littéralité. Même si les "objets" (espaces, nœuds, polyèdres, etc.) sont les mêmes, dans un cas on veut en comprendre la structure, dans l'autre cas on veut, exploitant cette structure, montrer par là quelque chose d'une théorie. Cette ressource est d'importance si la théorie en question risque d'être obliérée du simple fait d'être "dite", c'est-à-dire énoncé linéairement en un ordre total, lorsque donc la mise en discours progressif efface ipso-facto l'essentiel de la théorie : qu'elle ne peut (ou ne doit) être dite. Comprendons là que ce qui est dit se pose comme su, comme compréhension sue, comme savoir maîtrisé, et que par contre ce qui est montré est, quoi que absolument précis et non-pas simplement suggéré, de nature différente : il n'est pas proposé un savoir clair et distinct communiqué et transmissible, codé univoquement, mais bien plutôt ce qui est avancé est le lieu d'un exercice (clair et distinct) à faire et à re-faire, chacun comme il peut s'en débrouiller, sans garantie de savoir le discours linéaire supposé exister que le maître aurait caché là. Ce qui est montré, logotope qui serait du mathème (intégralement transmissible), n'est donc pas une formule applicable, mais une formule-forme à réanimer par chaque lecteur. On est dans l'ouverture de la pratique géométrique en contraste avec la fermeture de la pratique énonciative théorique qui se donnerait pour achèvement parfait. Il n'y a pas exactement de contenu su à transmettre, mais il y a d'abord le geste géométrique lui-même qui est transmis. La proposition mathématique de logotopes fait donc insistance prioritairement sur le "faut l'faire" ainsi transmis. Chacun doit s'y mettre, et entrer dans son propre jeu avec la littéralité, en éprouver soi-même les effets. On comprendra aussi de là le côté ésotérique toujours relevable en tout "formule" : la formule, par exemple par son

---

<sup>10</sup> R. Lavendhomme m'indique qu'en fait il existait déjà en Belgique au début des années 1980 un groupe de réflexion qui avait pris le nom de "Logotope". Je reconnais volontiers cette antériorité, pour l'invention du mot. On prendra donc ce qui suit non comme "la" définition du mot "logotope", mais comme la détermination que j'en ai personnellement construite. Je ne serais pas étonné, vu ce que je sais des travaux de Lavendhomme, qu'une large compatibilité soit possible avec ce que visait le groupe belge.

apparence d'impossible, cache ce dans quoi elle engage d'entrer. Ainsi l'impossible du borroméen cache son fond, l'entrée dans la ternarité pure.

La pratique logotopique ne consiste donc pas du tout en un usage métaphorique mou du matériau mathématique ordinaire, en un détournement de la rigueur (au sens plat du terme) des noms et lettres en lesquels la mathématique déploie ses preuves, détournement qui aurait pour but de "faire scientifique", de donner une garantie de sérieux. Toutefois la question du mathématique n'est pas absente du labeur logotopique, mais pour une raison tout autre. C'est que, en logotopie aussi, la question de ce que j'appelle la rigueur et qui consiste en celle du "tombé-pile entre une intuition et une inscription", demeure. Comme en topologie, on n'échappe pas à la question de la littéralité, de ses effets de "ruissellements et ravissements". Il y a donc bien, au titre de la rigueur et de la littéralité, un enjeu mathématique dans la logotopie. Mais ce qu'il s'agit de prouver, et les moyens de ces preuves, ne sont pas du même ordre. En topologie on prouve que ce qu'on dit des formes est vrai, en logotopie on prouve que les formes que l'on montre des discours sont adéquates. Et ces preuves-ci ne valent pas ces preuves-là. Il ne manque pas aux dernières (plus difficiles en fait) le souci de rigueur des premières, ce n'est pas là la question ; simplement les preuves logotopiques sont infaisables "vraiment":

il n'y en a pas. Je veux dire que, au sens mathématique ordinaire, ce ne sont pas des preuves strictes de vérité. Evidemment, puisque, dans le cataloguage standard, la logotopie serait science expérimentale, et ses preuves expérimentales. On y fait "preuve" d'adéquation et non pas de vérité.

Et enfin, il n'est pas interdit que logotopie et topologie s'alimentent l'une l'autre, qu'il y ai de l'effet de reprise d'une part de ce qui est prouvé d'autre part. C'est là que le métaphorique entre en scène, sans garantie bien entendu. Ce qui soutient fortement ce travail-là est précisément l'inséparabilité du voir et du dire en les deux disciplines, pour "penser le sens", pour avoir "de l'intuition". Du coup il n'est pas interdit non plus que quelques pathos et mythologies soutiennent l'imaginaire en son effort logotopique, sans pour autant prendre nécessairement ici les vessies pour les lanternes. A ce point, que le borroméen s'appelle aussi nœud du massacre, que le 3 possède toute une tradition théologique et hermétique, voilà des faits non négligeables, aux effets imaginaires majeurs, et (comme dirait Laplace) dont il n'est pas utile de supprimer la prégnance ; à charge aux logotopes distingués de séparer le symbolique et le symbolique, je veux dire le jeu ésotérique des symboles et le jeu symbolique de la littéralité. A un moindre degré c'est aussi ce que le mathématicien (le topologue) fait en faisant la différence entre la beauté des figures symétriques et leur nature d'ouvrages proprement mathématique. Mais ces différences que la théorie doit faire, l'humain doit les traverser. C'est encore affaire d'assimilation et de mimésis<sup>11</sup>.

38.3. Dans logotopie, il y a aussi "logique". Je veux dire que si la logotopie détermine son enjeu comme de monstration d'organisations visibles en les discours, elle ne s'interdit, pour, après coup, tirer (dire) les profits de son élaboration, ni le discours topologique, ni le discours logique proprement dit. A ce point il s'agit donc du "discours logotopique", de ce qui peut s'en dire. Il s'agit en particulier des conséquences non négligeables, dans l'ordre strictement mathématique, du fait que la monstration théorique comme pratiquée en bonne logotopie, comme pratiquée aussi en la géométrie à visée ordinaire, dégage dans le voisinage de la logique mathématique constituée, d'autres possibilités ; et que ces possibilités de "logiques

---

<sup>11</sup> On étudiera plus loin le rapport, simple, entre l'assimilation "à la René Guitart" et la mimésis "à la René Girard". (Cette remarque ainsi formulée est-elle encore une question d'assimilation/mimésis ?)

géométriques", pensables en un sens comme ce qui à la limite du disible encore serait plus adapté que la logique classique à dire l'effet du monstratif, révèlent mieux "ce qui va de soi" dans le fonctionnement de la logique classique, ce qui peut être remis en question. La remise en question majeure est le caractère complètement binaire de l'appareil théorique logique, conjoint à un manque total de traitement théorique de la question de la localité dans ses inscriptions, et aussi bien à une absence complète de pointage de la question de l'ambiguïté. Par où tout le monde sait qu'elle est complètement inadapté à l'étude des langues naturelles. Ainsi si la logotopie appelle une logique, celle-ci doit être adaptée à ces enjeux d'ambiguïté, de localité, de non-binarité. Mais s'il s'agit de logique véritable, il faut néanmoins que ce soit "décisif", que de la preuve logique puisse s'y déployer. Je dis que cela impose (ce qui peut à première vue sembler paradoxal) de construire cette logique logotopique sur la base de la logique classique ; simplement il faut comprendre comment cette logique peut s'enrichir d'un système d'inscription de ces points jusqu'ici ignorés. Un fragment de ceci est ce que j'ai proposé comme Logique Spéculaire, et qui, du point de vue du "logicien mathématicien ordinaire" à la propriété de contenir très simplement les logiques intuitioniste, modale et multivalente. Cette Logique Spéculaire est conçue simplement comme la description du croisement du "logique classique" et du "va-et-vient local/global". Mais elle garde encore un caractère largement binaire, et il faut élaborer la suite, qui serait une véritable logique ternaire. Non pas une logique (binaire) à trois valeurs, mais une logique qui réponde à la logotopie borroméenne, qui soit adapté à l'expression du "purement ternaire" dans la langue, dans les discours. Autrement dit une logique comme celle de l'entrelac du réel, du symbolique et de l'imaginaire<sup>12</sup> ; ce que j'appellerai pour le moment une logique RSI.

38.4. Nous sommes donc maintenant à même de faire la différence entre une image, une figure, un schéma, un logotope, un mathème, et aussi entre les modes d'usages de ces données, en particulier entre leurs usages métaphorique et littéraux, et enfin entre les types de théorisations et développement théoriques en ces usages, disons les quêtes et ressources théoriques, bref les pratiques théoriques, par exemple entre la pratique topologique et la pratique logotopique.

On entendra finalement que, relativement disons à un objet de l'une de ces espèces (images,..., mathème), il se trouve qu'en le tableau :

Topologie :            discrète / continue            : combinatoire / générale


Logotopie :            fermée / ouverte : finie            / infinie

proposé au début de 38.1., de la circulation est possible en tous sens (et nécessaire), les choses sont bien distinctes en leurs natures et visées, mais leurs pratiques se croisent, sont ressources mutuelles. En particulier il peut bien arriver qu'un topologue "tombe" dans la fascination logotopique, se mette à faire autre chose que de la topologie, ou, à l'inverse qu'un logotope tombe dans la fascination topologique, se mette à faire autre chose que de la logotopie, en l'occurrence deviennent mathématicien topologue au travail.

<sup>12</sup> ou aussi bien (voir ci-après au numéro 39.3), l'entrelac de la Rencontre, la Situation et l'Inclusion.

Par exemple un psychanalyste lacanien œuvrant logotopiquement avec les nœuds de Lacan, pourra bien, à un moment quitter ces soucis et se retrouver tout simplement en train de "faire des maths". Je suppose que ceci peut parfois être pensé comme un risque (pensé soit par certains psychanalystes, soit par certains mathématiciens). Pour ma part, je ne le crois pas, parce que je pense que le caractère indirect de la pensée-qui-cherche, particulièrement visible dans les cas de la mathématique et de la psychanalyse, s'en accommode très bien, et d'autant plus que dans ce "bougé" entre mathématique et psychanalyse il y a un invariant qui en ressort d'autant mieux, cet invariant étant la question de la *littéralité* et des effets de sa poursuite. Ce qui n'autorise pas néanmoins chacun à ne pas finir par revenir à ses moutons. Ce qui aussi bien n'impose pas le chacun chez soi (et les vaches seront bien gardées).

38.5. Comme déjà noté, j'ai expliqué dès le début de ces notes la question du lien nécessaire à la question du sens entre le visuel de l'œil-théoricien et le discursif de la langue-réthoricienne, la monstration et la loi, etc. Je vous y renvoie maintenant. Mais j'ajouterais ce que voici. Dans l'Hindouisme, "le *yantra*, figure géométrique, est littéralement un support, un instrument, la représentation purement linéaire, essentiellement géométrique, des manifestations cosmiques, des puissances divines. C'est l'équivalent graphique du mantra, la formule mentale ; ils sont utilisés rituellement ensemble : le *men*tra, dit-on, est l'âme du *yantra*<sup>13</sup>. Le *shrîyantra*, comporte 4 triangles pointe en haut, 5 pointe en bas, le carré extérieur, percé de quatre portes cardinales est le symbole de la terre, les cercles sont symboles de l'expansion dans le monde intermédiaire, le centre, c'est le *bindu*, le *point* non-figuré, le *Brahmâ* indifférencié autour duquel s'équilibre les triangles antithétiques. On se reportera au numéro 35.11. où le *shrîyantra* est représenté (après un autre objet qui est la cosmogonie de la Nouvelle Jérusalem). Je soulignerai donc ici, sur la question de la logotopie, la similitude entre ma proposition théorique de ne pas séparer le voir et le dire, et la pratique de conjugaison rituelle du *yantra* et du *mantra*. Ce dont relève également la tension entre logotopie et topologie.

38.6. Je développais ainsi en ces notes partiellement le point suivant du plan ("3 Autour du pot"), aux numéros 34 à 36. Ce que je compléterai plus tard. J'ai abordé du point suivant ("2 De deux choses l'une") pour l'instant seulement quelques éclaircissements (au numéros 37) à propos de  $\emptyset \mid \text{CHOSE} \mid \emptyset$ . Je devrai compléter, et m'expliquer sur le dernier point ("∞ Mais encore ?"). Voir déjà tout de suite au numéro 39 qui suit la question (qui relève des deux points "3 Autour du pot" et "∞ Mais encore ?") de la possibilité de considérer de la structure de la langue sur la base d'"intrapoints borroméens".

38.7. De façon systématique j'aurais à éclaircir pour le lecteur le vocabulaire qui au fil des dernières années s'est imposé à moi pour articuler et penser ce que j'avais à penser. A savoir les "mots" :

écriture de l'impossible, littéralité, grammes, trace et écart, logotopie, ambiguïté, équivoque, bifurcation, faille, va-et-vient, local/global, même&change, pulsation, spéculation, assimilation, régime.

---

<sup>13</sup> J. Chevalier et A. Gheerbrant, *Dictionnaire des symboles*, Laffont/Jupiter, collection Bouquins, 1982, p. 1032. (édition originale 1969).

Ces termes ont aujourd'hui chez moi un sens (un usage) bien circonscrit, et, en tout cas, ne seront pas employés suivant un soi-disant "sens ordinaire" (?).