

Enveloppe karoubienne de la catégorie des relations continues entre espaces compacts*

René Guitart[†] Jacques Riguet[‡]

Dans un précédent travail nous avons décrit l'enveloppe karoubienne d'une catégorie de Kleisli, et en particulier caractérisé l'enveloppe karoubienne de la catégorie des correspondances entre ensembles comme équivalente à la catégorie des applications sup-compatibles entre treillis complètement distributifs [voir R. Guitart et J. Riguet, Enveloppe karoubienne de catégories de Kleisli, conférence au Colloque "Point de vue des catégories", à Tours en octobre 1991, in *CTGDC XXXIII*, p. 261-266, 1992]]. Ici nous poursuivons par l'étude d'un cas plus complexe, qui est celui de la catégorie *ConCorComp* des correspondances continues entre espaces compacts (séparés), une correspondance $R \subseteq X \times Y$ étant continue de X vers Y si et seulement si, pour tout ouvert $V \subseteq Y$ les ensembles

$$\{x \in X; \forall y((x, y) \in R \Rightarrow y \in V)\} \quad \text{et} \quad \{x \in X; \exists y((x, y) \in R \& y \in V)\}$$

sont ouverts dans X .

On désigne par \mathcal{CL} la catégorie des treillis continus avec pour morphismes les applications qui commutent avec les inf quelconques et avec les sup dirigés (directed). On note $\lambda'L$ l'ensemble des fermés de la topologie de Lawson sur L , pour tout treillis continu L . Le résultat est alors le suivant :

PROPOSITION. *L'enveloppe karoubienne $KConCorComp$ est équivalente à la sous-catégorie pleine de \mathcal{CL} ayant pour objets les rétractions des treillis continus d'ouverts d'espaces compacts, soit les treillis continus L tels qu'il existe une application dite de décomposition*

$$\delta : L \rightarrow \lambda'L$$

telle que, pour tout $x \in L$, tout $X \subseteq L$, et toute partie dirigée $D \subseteq L$ on ait :

$$\begin{aligned} \bigwedge \delta x &= x, \\ \delta(\bigwedge X) &= \bigcup \{\delta x; x \in X\}, \\ \delta(\bigvee D) &= \bigcap \{\delta x; x \in D\}. \end{aligned}$$

*Conférence au PSSSL 51, à Valenciennes, 13-14 février 1993

[†]Université Paris 7

[‡]Université Paris 5