

# Enveloppe karoubienne de la catégorie des relations continues entre espaces compacts\*

René Guitart<sup>†</sup>      Jacques Riguet<sup>‡</sup>

Dans un précédent travail nous avons décrit l'enveloppe karoubienne d'une catégorie de Kleisli, et en particulier caractérisé l'enveloppe karoubienne de la catégorie des correspondances entre ensembles comme équivalente à la catégorie des applications sup-compatibles entre treillis complètement distributifs [voir R. Guitart et J. Riguet, Enveloppe karoubienne de catégories de Kleisli, conférence au Colloque "Point de vue des catégories", à Tours en octobre 1991, in *CTGDC XXXIII*, p. 261-266, 1992]]. Ici nous poursuivons par l'étude d'un cas plus complexe, qui est celui de la catégorie *ConCorComp* des correspondances continues entre espaces compacts (séparés), une correspondance  $R \subseteq X \times Y$  étant continue de  $X$  vers  $Y$  si et seulement si, pour tout ouvert  $V \subseteq Y$  les ensembles

$$\{x \in X; \forall y((x, y) \in R \Rightarrow y \in V)\} \quad \text{et} \quad \{x \in X; \exists y((x, y) \in R \& y \in V)\}$$

sont ouverts dans  $X$ .

On désigne par  $\mathcal{CL}$  la catégorie des treillis continus avec pour morphismes les applications qui commutent avec les inf quelconques et avec les sup dirigés (directed). On note  $\lambda'L$  l'ensemble des fermés de la topologie de Lawson sur  $L$ , pour tout treillis continu  $L$ . Le résultat est alors le suivant :

**PROPOSITION.** *L'enveloppe karoubienne  $KConCorComp$  est équivalente à la sous-catégorie pleine de  $\mathcal{CL}$  ayant pour objets les rétractions des treillis continus d'ouverts d'espaces compacts, soit les treillis continus  $L$  tels qu'il existe une application dite de décomposition*

$$\delta : L \rightarrow \lambda'L$$

telle que, pour tout  $x \in L$ , tout  $X \subseteq L$ , et toute partie dirigée  $D \subseteq L$  on ait :

$$\begin{aligned} \bigwedge \delta x &= x, \\ \delta(\bigwedge X) &= \bigcup \{\delta x; x \in X\}, \\ \delta(\bigvee D) &= \bigcap \{\delta x; x \in D\}. \end{aligned}$$

---

\*Conférence au PSSL 51, à Valenciennes, 13-14 février 1993

<sup>†</sup>Université Paris 7

<sup>‡</sup>Université Paris 5