

□ PAGE □1□

Pour mémoire, élément A1 fixé ultérieurement par la Rédaction :
RUBRIQUE
(à paraître en haut de la première page)

ARTICLE

élément A2 fixé ultérieurement par la Rédaction :
TITRE COURANT (en tête des pages impairs)

BACHELARD ET LA PULSATION MATHÉMATIQUE

Élément 1
TITRES & SOUS-TITRES, ANGLAIS ET FRANÇAIS,
ET DANS LA LANGUE DE PUBLICATION, SI ELLE EST AUTRE
Insérer ci-dessous ces titres, susceptibles d'être mis au point par la Rédaction

BACHELARD ET LA PULSATION MATHÉMATIQUE

BACHELARD AND THE MATHEMATICAL PULSATION

Élément 2
NOM(S) DE (DES) AUTEUR(S)

RENÉ GUITART *

Élément 3
NOTICE(S) D'AUTEUR(S)
(texte répondant aux appels de notes * ou ** etc., cf. élément 2)

Insérer ci-dessous le texte de ces notices en français si l'article est publié en français, en anglais si l'article est publié dans une autre langue, soit au plus 500 signes (espaces compris), sur chaque auteur, qui précise sa date de naissance, ses fonctions officielles, ses objets de recherches et une ou deux publications récentes. Cette notice sera accompagnée de l'adresse postale de l'auteur, de son courrier électronique et de l'éventuelle URL d'une page d'information ou d'un site pertinent.

René Guitart, né le 2 décembre 1947, est mathématicien, et a enseigné à l'université d'Amiens de 1968 à 1970, puis à l'université Paris 7 Denis Diderot de 1970 à 2012. Ses recherches en mathématiques sont sur la théorie des catégories ; il a aussi été membre du CIPh, de 1992 à 1998, où il a dirigé un programme visant la portée philosophique de ladite théorie. Il travaille aussi sur la psychanalyse, l'épistémologie, l'histoire des sciences. En sus de ses articles mathématiques, il a publié deux livres : *La pulsation mathématique* (l'Harmattan, 1999) et *Evidence et*

Etrangeté (PUF, 2000). La plupart de ses écrits, mathématiques ou non, sont disponibles sur son site : <http://rene.guitart.pagesperso-orange.fr/>

Élément 4

RÉSUMÉ OU ABSTRACT dans sa langue de publication

Insérer ci-dessous le texte de 650 à 850 signes

Résumé : Le mathématicien au travail sait faire un geste que l'on appelle la « pulsation mathématique », qui s'exprime en termes de bougé créatif nécessaire dans les diagrammes de pensée et d'interprétation des écrits mathématiques. Dans cette perspective le statut d'objet est définitivement en révision, sous condition du jeu des relations. Le but ici est de construire aujourd'hui cette pulsation à partir de ce que Bachelard proposait hier comme épistémologie, aussi bien de la mathématique que de la science dite physique mathématique. Chemin faisant, les liens entre la pensée bachelardienne et des propositions plus récentes propres de Gilles Châtelet, Charles Alunni, ou René Guitart, sont mis en relief et utilisés ; également sont utilisés, entre autres auteurs, Jacques Lacan, Arthur Koesler, Alfred N. Whitehead, Charles S. Peirce. En conclusion nous proposons que le travail mathématique soit pensable comme du mouvement dans l'espace des diagrammes, du bougé pulsatif en icelui, et que cette manière de voir soit éminemment compatible avec la vue bachelardienne suivant laquelle la forme intellectuelle précède l'objet empirique, lequel provient *in fine*, dirions-nous, comme une concrétion de la pulsation de la pensée. Nous terminons donc sur un schème catégoricien de la pulsation.

Élément 5

QUATRE A CINQ MOTS-CLÉS EN FRANÇAIS ou langue de publication

Insérer ci-dessous la liste des mots-clés.

Mots clefs : pulsation, diagramme, abréviation, bisociation, geste, surobject, exstance, rectification, obstacle.

Élément 6

ABSTRACT EN ANGLAIS [OU SECONDE LANGUE]

Insérer ci-dessous le texte de 650 à 850 signes.

Summary: The working mathematician knows a specific gesture named « mathematical pulsation », a necessary creative moving in diagrams of thoughts and interpretations of mathematical writings. In this perspective the fact of being an object is definitely uncertained, and related to the game of relations.

The purpose of this paper today is to construct this pulsation, starting from the epistemology of Bachelard, concerning mathematics as well as mathematical physics. On the way, we recover links between ideas of Bachelard and more recent specific propositions by Gilles Châtelet, Charles Alunni, or René Guitart. Also are used authors like Jacques Lacan, Arthur Koesler, Alfred N. Whitehead,

Charles S. Peirce. We conclude that the mathematical work consists with pulsative moving in the space of diagrams ; we claim that this view is well compatible with the Bachelard's analysis of scientific knowledge : the intellectual or formal mathematical data preceeds the empirical objects, and in some sense these objects result from the pulsative gestures of the thinkers. So we finish with a categorical scheme of the pulsation.

Élément 7

QUATRE A CINQ MOTS-CLÉS EN ANGLAIS [OU SECONDE LANGUE]

Insérer ci-dessous la liste des mots-clés.

key-words: pulsation, diagram, abbreviation, bisociation, gesture, suobject, exstance, rectification, obstacle.

Élément 8

Insérer ci-dessous le texte de 650 à 850 signes.

Riassunto: Il *working mathematician* sa produrre un gesto che io chiamo "pulsazione matematica", e che si esprime in termini di mossa creativa necessaria ai diagrammi di pensiero e d'interpretazione degli scritti matematici. In questa prospettiva, lo statuto di oggetto è definitivamente in riesame, sotto condizione di un gioco di relazioni. Oggi l'obiettivo è di costruire questa pulsazione a partire di ciò che ieri Bachelard proponeva come epistemologia, tanto della matematica quanto della scienza detta fisica matematica. Cammin facendo, i legami tra il pensiero bachelardiano e le proposte più recenti di Gilles Châtelet, Charles Alunni o René Guitart, sono messi in rilievo e utilizzati; fra altri autori, sono ugualmente utilizzati Jacques Lacan, Arthur Koesler, Alfred N. Whitehead e Charles S. Peirce. In conclusione, proponiamo che il lavoro matematico sia pensabile come movimento nello spazio dei diagrammi, nella sua mossa pulsativa, e che questo modo di vedere sia eminentemente compatibile colla prospettiva bachelardiana secondo la quale la forma intellettuale precede l'oggetto empirico, il quale proviene, *in fine*, come dalla concrezione di questa pulsazione del pensare. Terminiamo su uno schema categorico della pulsazione.

Élément 9

(si la langue de publication n'est ni le Français ni n'Anglais)

QUATRE A CINQ MOTS-CLÉS DANS LA LANGUE DE PUBLICATION

Insérer ci-dessous la liste des mots-clés.

Keywords:

Élément 9 bis

Insertion d'un encadré explicatif pour On line first

Cet article a été proposé par René Guitart à la *Revue de synthèse* à l'occasion de la préparation par Charles Alunni (Scuola normale superiore di Pisa/École normale

supérieure de Paris) du dossier « Philosophie et Mathématique » à paraître dans le tome 136, ••• , n°1-2015.

This article was proposed by René Guitart to the journal on the occasion of the preparation by Charles Alunni (Scuola normale superiore di Pisa/École normale supérieure de Paris) of a folder entitled “Philosophy and Mathematics” to be published in the Vol. 136, ••• , n°1, 2015.

Quest’articolo fu proposto alla rivista da René Guitart in occasione della preparazione da Charles Alunni (Scuola normale superiore di Pisa/École normale supérieure de Paris) del dossier intitolato “Filosofia e Matematica” da uscire nel Vol. 136, ••• , n° 1, 2015.

Élément 10
ANALYSE DE L’ARTICLE
10 000 SIGNES

Texte analyse (enjeux, problématiques, éléments de conclusion), texte libre sans note

ANALYSE : Comment répondre, suivant 8 perspectives légèrement variées, à la question : comment les conceptions de Gaston Bachelard peuvent-elles s’intégrer à la construction de la « pulsation mathématique » ? Voici « une » traversée de ces perspectives.

Perspective 1. Correction de l’objet : ici la question essentielle est de différencier celle de la détermination de la mathématique comme science, de l’idée bachelardienne de la mathématique conçue comme référent de la rationalité de chaque science. À ce propos nous avancerons le concept oulipien de « plagiat par anticipation » qu’on pourrait parfaitement appliquer à la conception bachelardienne. On affronte ici initialement la question d’une « *actologie* » du travail mathématicien, éminemment représentée par la théorie des catégories qui vient prendre la place d’un questionnement sur les fondements, la vérité et l’être qui irrigue la théorie ensembliste.

Perspective 2. Des gestes aux objets mathématico-scientifiques : le mathématicien opère toujours un geste fondamental que j’appelle *pulsation mathématique*, mais qu’il faut comprendre et dont il faut rendre raison de ce qui le motive. C’est sous condition de la dialectique hégélienne et de la sémiotique peircienne, de la bisociativité kœstlerienne confrontées au *surrationalisme* bachelardien que se situe ce travail. J’y affirme que la créativité mathématique réside dans le geste de *production pulsative de diagrammes* dont je propose plus loin un schème, et je pose que de cela l’intuition épistémologique principale de Bachelard peut être rapprochée. De fait, ce que la pulsation invente, c’est, suivant la perspective, une opération ou un espace qui sont l’objet de l’intérêt bachelardien.

Perspective 3. Bascules et pulsations, et formes : à partir d’une reprise du motif de Gilles Châtelet sur le mouvement de pensée transversal à son propre développement, l’accent est mis sur l’idée de *pulsation*. Nous insistons sur la posture actologique positionnée contre l’ontologie et le dogmatisme conceptualiste qui débouche sur la question d’une herméneutique singulière où

il s'agit d'associer le calcul à la pensée. D'où la thèse : *nous inventons des diagrammes et leurs sens sont leurs formes*, thèse compatible avec Bachelard.

Perspective 4. Herméneutique et méthode non-cartésienne : on interroge ici le « non-cartésianisme » bachelardien. Il n'y a pas de dualisme entre le sujet connaissant et l'objet, et l'idée qu'il y aurait d'abord des phénomènes simples est erronée. Le réel n'est jamais donné, il est construit. Au bord de la pulsation, Bachelard oppose, en échangeant les places du « stable » et de l' « instable » ce qu'on pourrait nommer un non-cogito : « je ne pense à rien, donc je suis prêt à penser toute chose ». Dans cet envers du dispositif cartésien, la méthode se précisera (*Perspective 5*) avec ce que Bachelard nommera *la surveillance*. Deviennent alors centrales les notions de *relation* et d'*algébrisme* que nous prolongerons en termes de la théorie des catégories comme algèbre des actes mathématiques et comme *actologie*. L'acte mathématique à penser est désormais celui d'avancer les structures par invention de diagrammes dans un lieu idéal d'expériences de pensées nommé *Virtualité*. Dès lors, une herméneutique du geste de pensée devient possible comme herméneutique de la pulsation

Perspective 5. Pulsation et modèle définitif-provisoire : l'obstacle bachelardien est *occasion de pulsation*, et avec Bachelard, on est à l'envers du réalisme, le geste promeut le surobject. On montre que la pulsation a lieu en raison d'intuitions et qu'elle peut être sans issue résolutive, ne rien produire de nouveau : c'est une prise de risque. Elle peut se comprendre comme participant de l'*approximation* et de la *révision* ou du *repentir* au sens bachelardien. Mais elle ne s'y réduit pas : plus qu'une stratégie, est l'acte constitutif de la qualité même du geste mathématique. Est alors abordée la question bachelardienne des puissances de la *surveillance* – bien mise en valeur par Charles Alunni –, en liaison étroite avec l'idée d' « un inconscient affecté mais agissant ». Que signifie alors le terme « psychologie » chez Bachelard ? Le sujet visé par cette psychologie est celui de l'errement au moment de la découverte scientifique : c'est la place du rêveur dans la rationalité, sur le mode zen. Les différents niveaux de la *surveillance* constituent dès lors les termes premiers de l'analyse psychologique de l'invention. Se pose ici une question cruciale : la mathématique est-elle ou non pour Bachelard une science, étant donné que chez lui cette discipline ne connaît pas de périodes d'erreur ? La réponse sera « oui » si l'on envisage la question du point de vue spécial de la *primauté de l'acte*.

Se pose alors la question du va-et-vient dans la dialectique bachelardienne entre penser et rêver que nous exemplifions dans le cadre de la mathématique du milieu du XX^{ème} siècle (Ehresmann et Grothendieck) à propos de la synthèse pratique entre algèbre et géométrie, au nœud de l'inventivité et du style.

Perspective 6. Bisociation, vitesse et musement : il s'agit ici, à partir de la « pulsation mathématique », de préciser l'idée plus large d'une pulsation scientifique, d'une pulsation philosophique, d'une pulsation entre raison et imagination. En termes bachelardiens, il s'agit de construire la pulsation comme « exstance d'un point d'ombre ». Le réel est mouvement et la « pulsation » du système est ce mouvement qui va de la fluidité à la cristallisation, *et vice versa*. Le non-contrôle initial est une déprise, ce que je nomme le « hors-sens », et le

non-contrôle terminal est l'ouvert, la danse nietzschéenne, l'enfantin, le zen ou ce que Peirce appelle le *musement* ou *Jeu Pur*.

Perspective 7. Diagrammes et modélisations : points équivoques : je prends en considération le doublet bachelardien de la raison et de l'imagination – doublet au sens physique en électricité et magnétisme – pour exprimer que les actions de ces deux faces se combinent pour produire un nouveau type de potentialités de pensées. Bachelard propose de mettre en tension le poème et le mathème car ce qui s'invente est toujours la même chose, à savoir un diagramme de forme au lieu d'un point. La pulsation est donc un moment inductif : elle induit une structure de fibre sur un point. Je propose en ce point une géométrie-calcul générale de la différence (théorie catégoricienne des diagrammes) qui relève à la fois Grassmann et Châtelet quant au mouvement transverse qui crée les dimensions nouvelles : nous sommes du côté de la *méthode des notations abrégées* où chaque lettre est déjà engrossée de sa situation, de ses relations effectives aux autres, en attente des virtualités à déployer. Je montre enfin que sous la structure pulsent des jeux de flèches.

Perspective 8. Diagrammes et modélisations : le schème : où nous montrons que la forme intellectuelle précède l'objet empirique. Devenu simple carrefour, point d'ombre, abréviation, nom, lettre, l'objet a disparu, objet tout abstrait dans une catégorie. Bachelard explique le monde à partir des raisons mathématiques que nous y incorporons, et la réalité est construite de pensées mathématiciennes. À la question philosophique « Qu'est-ce que s'orienter diagrammatiquement dans la pensée ? » formulée par Charles Alunni, je réponds en écho cette question (catégoricienne) : « Penser mathématiquement est-il s'orienter schématiquement dans les diagrammes ? » schématisée dans le diagramme (*). Ce diagramme de catégoricien « est » aussi, en puissance, un *schème* (au sens kantien) en prise avec les découvertes mathématiques d'Alexandre Grothendieck, de Charles Ehresmann, de Lawvere, de Bénabou, de Guitart et de Lair, relatives à la théorie des théories.

Élément 11 TEXTE DE L'ARTICLE
--

Avertissement. On examine suivant 8 perspectives légèrement variées comment les conceptions de Gaston Bachelard peuvent s'intégrer à la construction de la pulsation mathématique.

1. Correction de l'objet
 - 1.1. Science et objets mathématiques
 - 1.2. Correction
2. Des gestes aux objets mathématico-scientifiques
 - 2.1. Lire la pulsation chez Bachelard
 - 2.2. Pulsation et diagrammes, deux notions nécessaires
 - 2.3. Abréviations ; lettre et surobject

2.4. La fonctionnalité équivoque, les variétés

3. Bascules et pulsations, et formes

3.1. Pulsation et bascule

3.2. Diagramme et sens, ou forme

4. Herméneutique et méthode non-cartésienne

4.1. Épistémologie non-cartésienne ou non-épistémologie

4.2. Changements et exstances

4.3. Virtualité diagrammatique

5. Pulsation et modèle définitif-provisoire

5.1. Gestes pulsatifs et ruptures

5.2. Quatre temps du dégagement de la pulsation

5.3. Surrationalisme, surveillance

5.4. Psychologie de l'acte scientifique d'invention

5.5. Pulsions et obstacles

5.6. Modélisations provisoires : géométrie, algèbre, diagrammatique

6. Pulsation : bisociation, vitesse et musement

6.1. bisociation, s'y mettre, en vitesse, dialectiquement

6.2. Musement, dans l'ouvert, ou l'inconscient

7. Diagrammes et modélisations : points équivoques

7.1. Poursuite de Bachelard : rectification, point d'ombre

7.2. L'inventé est un diagramme de forme, une coordination

7.3. Déploiement de l'équivoque, sur la clarté opératoire

7.4. La Virtualité, les métaphores

7.5. Diagramme, lettre, abréviation, bifurcation

7.6. Sous la structure pulse des jeux de flèches

8. Diagrammes et modélisations : le schème

8.1. La forme intellectuelle précède l'objet empirique

8.2. Le schème de la pulsation, écrit d'un diagramme (*)

8.3. Mouvement dans l'espace des diagrammes

1. Correction de l'objet

Ce texte, un bout de chemin en compagnie de Gaston Bachelard, est une étape vers une théorie mathématique de la modélisation rationnelle critique.

1.1. Science et objets mathématiques

L'analyse et l'écriture du geste mathématicien ici dirigée, conduirait à la question de la détermination de la mathématique comme science, et pas seulement comme référent de la rationalité de chaque science, ce qu'on envisagerait comme une question bachelardienne, puisqu'en ce point s'affrontent chez Bachelard deux « théories ».

D'un côté l'histoire de la mathématique est sans erreurs et repentirs, et c'est pour cela qu'elle est la référence dans la définition de la rationalité de la physique. Pour cela aussi Bachelard déclare qu'aucune des thèses de *La formation de l'esprit scientifique* ne vise la connaissance mathématique¹ et il envisage d'étudier ultérieurement la formation de l'esprit mathématique.

Cependant, d'un autre côté, rien ne nous empêche de considérer la pratique mathématique comme une science rationnelle, puisque cette pratique consiste aussi à se rapporter dans la mathématique à la mathématique, et justement, ajouterais-je, au moment pulsatif de la manipulation des écritures et diagrammes. Et en procédant ainsi on est en accord avec la réalité mathématique première des objets physiques que pose Bachelard, et par où déjà la mathématique et son exercice procède de « la connaissance du monde objectif », comme dit Bachelard, ou pour mieux dire, toujours avec Bachelard, du monde objectivé, voire du processus d'objectivation.

Chez Bachelard nous importera la conception des objets physiques comme d'abord inventés comme systèmes d'écritures mathématiques formant des relations, d'où un réel construit en diagrammes. Et, au point de l'invention des objets et modèles, nous importera aussi la nécessaire dialectique de la raison sortant par elle-même de ses limites. Là en effet, dans ce réel à l'envers (qui précède l'expérience), dans cette raison spéculative entre les méthodes closes, résiderait le savoir-faire pulsatif ; et c'est donc cela même qu'il s'agira ultérieurement de modéliser.

1.2. Correction

Le mouvement ironique de ce texte établirait que l'on trouve chez Bachelard un « plagiat par anticipation »² de la *pulsation mathématique* : j'imagine que la démarche aurait amusé Gaston Bachelard. Il ne s'agit donc surtout pas d'exhiber Bachelard comme précurseur de ceci ou de cela, mais, vu d'ici, du point de sa réception maintenant, de considérer l'objet de mes soins théoriques (la pulsation, l'abréviation, le diagramme en mathématique) sous condition de relire et lire Bachelard, de construire cet objet à nouveau, sous la contrainte d'être au mieux en contact et en cohérence avec la prépondérance du geste, et des conditions du geste, soit avec une partie essentielle de l'oeuvre et des soucis bachelardiens.

La question est bien tout spécialement celle du geste d'écriture, du tremblé de la main, et de la tenue mathématiquement correcte du geste et de l'écriture – qu'il m'arrive de nommer la *rigueur*, la rigueur du jeu des relations – dont se fonde tout objet. Jacques Lacan écrivait en 1978³ : « l'objet] se présente toujours mal. C'est-à-dire qu'il faut le corriger. Les mathématiques servent à cela: corriger l'objet [...] D'où ma réduction de la psychanalyse à la théorie des ensembles ». C'est la correction mathématique de l'« objet » nommée « la pulsation mathématique », et ultimement sa réduction à la mathématique même, qui est le *schmilblick* que l'on fait avancer ici, croyant que tôt ou tard les gestes mathématiques deviennent toujours des objets mathématiques — entendons des objets dont la mathématique fait son affaire (faisant preuve en acte de sa réflexivité, laquelle est comme le contraire d'un soucis de fondement) — et que la prise de conscience de ce fait s'appelle actuellement en mathématiques la théorie des

¹ BACHELARD [1938], 1967⁵, p. 22.

² Concept oulipien. Voir ensuite – ou avant ! – BAYARD, 2009.

³ LACAN, 1978.

catégories. Par où ladite théorie des catégories est une « actologie » (pour parler comme Fichte) du travail mathématicien (et qui plus est cette actologie est aussi une mathématique), si bien que c'est se méprendre que d'y chercher un parallèle avec le questionnement sur les fondements, la vérité et l'être qui irrigue la théorie des ensembles.

A ce titre on peut supposer que Bachelard aurait été beaucoup plus intéressée par la théorie des catégories que par la logique et la théorie des ensembles. Nous y revenons en 4.2., mais précisons encore à l'instant cette question de la correction.

L'objet donc n'existe jamais, il est en perpétuelle correction. Lacan se trompe, et avec lui ceux qui voient dans la question des ensembles et des fondements, voire de la logique, le souci majeur des mathématiciens, l'enjeu central des mathématiques.

Mais avec Lacan nous pourrions dire de l'objet qu'il « insiste », que dans l'intuition du mathématicien quelque virtualité d'objet insiste à se former : justement ce qui vaut c'est l'insistance elle-même, pas l'objet, formation contingente de liens imaginaires en auto-modification. Et ainsi se trompent les mathématiciens naïfs, qui tout ébouriffés de leurs exercices et visions croient aux objets, par exemple aux espaces et aux groupes. Le mathématicien au travail voit des espacements et scande des rythmes, et cela lui importe bien plus que l'assurance logique positive : il lui faut savoir que ce qui est rythmé ou vu l'est correctement, exactement, mais le savoir justement de façon interne à ce rythme ou cette vue : cela s'appelle *l'intuition mathématique*. Ce qui compte c'est bien l'exactitude d'un acte, dans un jeu d'actes, en quelque sorte l'exactitude d'une correction, d'une vitalité pulsative de pensée. L'assurance logique positive n'est qu'un moyen, une hygiène nécessaire disait André Weil ; ce n'est pas là que réside le point d'invention.

L'exactitude d'une correction d'un objet qui n'existe jamais, cela s'écrit, d'une algèbre d'actions, dans un jeu de flèches qui sont des noms d'actions bien réelles, autour de prétentions d'objets. Par où l'invention catégoricienne du travail mathématique est aussi de l'ordre d'une *surveillance*, au sens bachelardien de ce terme. Et donc par quoi encore l'on comprend que tel logicien croyant et pratiquant ne puisse comprendre la manière dont Bachelard se tient au plus près de l'acte mathématicien, tout en ne s'intéressant pas aux questions logico-ensemblistes de fondement.

Ces *corrections d'objets* sont aussi bien des suobjets, des promotions d'objets, dont le physicien aura à chercher la stabilité, ou la semblance de stabilité, dans ses montages expérimentaux visant la nature.

2. Des gestes aux objets mathématico-scientifiques

2.1. Lire la pulsation chez Bachelard

Dans le travail artisanal en pensées du mathématicien, il y a un geste fondamental, que j'appelle la *pulsation mathématique*⁴. Le mathématicien sait le faire comme le menuisier sait raboter.

Faire des mathématiques demande entre autres choses --- en sus des gammes dans l'ennui des calculs ou doigtés automatiques ---, de faire ce geste, mais pas de le comprendre ou d'en connaître une explication des raisons qui peuvent le motiver ou l'autoriser.

⁴ Cette notion est introduite et utilisée dans diverses publications dont on trouvera les références au cours de cet article, aux endroits où elle est reprise et développée, puis élargie.

En revanche une explication des raisons qui peuvent sous-tendre la pulsation mathématique est essentielle pour qui veut comprendre l'émergence des inventions mathématiques, l'exercice de la liberté de pensée rationnelle créatrice, et plus loin par suite pour qui veut se déprendre de la « normalisation scientifique » aujourd'hui par l'expression statistique des opinions, de l'exercice des pensées comme commerce et construction de l'obéissance à un consensus universel, de l' *idéologie des inclus*.

En ce parcours je reprends certaines de ces raisons, au plus près de la seule question de l'invention mathématique elle-même. Pourtant il y aurait quelque chose à indiquer, en parallèle avec la portée politique de la pulsation, sur ce que l'épistémologie bachelardienne sous-tend au plan politique ; cet aspect devra être développé une autre fois.

Ici je veux situer la pulsation sans contestations sous condition de la dialectique hégélienne et de la sémiologie peircéenne, de la bisociativité koestlerienne aussi, en les confrontant au *surrationalisme*⁵ et à l'épistémologie et la conception de l'histoire des sciences⁶ de Bachelard telle qu'on peut la poursuivre, se l'approprier aujourd'hui, la détourner peut-être. Il importe ici de ne pas décider si Bachelard était psychologue ou historien dans son épistémologie, si sa dialectique était ou pas celle de Hegel dont il se départit, quel rapport entre sa psychanalyse et celle de Freud ou de Jung, etc., mais d'entendre précisément si et comment, au regard de ces registres, on peut lire chez Bachelard une conception dynamique et de la pensée inventive, où quelque chose de la pulsation s'aperçoit. La réponse est clairement : oui, la pulsation est présente très souvent comme souci chez lui, presque explicitement, même s'il n'en pose pas la notion ; principalement, sa conception dynamique de la pensée, en rêve *ou* en raison, semble signifier que justement il se refuse à séparer ces deux dimensions, au contraire de ce que certains de ses commentateurs font trop : il y a chez lui deux vies, il le dit, deux axes de recherches tout à fait distincts *et* en même temps une unité fondamentale⁷, et cela est la marque exacte du souci de la rupture décisive du geste, poétique ou scientifique, en assumant que le geste scientifique, du fait de s'écarter de la rationalité est encore cependant partie prenante de celle-ci ; la science est sous condition d'admettre en son sein la dialectique de ses gestes ; la mathématique ne peut se faire sans la liberté pulsative.

Et je crois nécessaire d'ajouter à ces observations sur le geste mathématicien et sa structure que nous avons la possibilité d'en écrire rigoureusement mathématiquement quelque chose, d'en « calculer » l'équivocité, et il s'agit de la dimension diagrammatique et cohomologique ; je propose ici in fine comme *un diagramme de la pulsation* ; le diagrammatique dans la pratique mathématicienne est alors, affirmé-je, réductible aux diagrammes au sens technique du catégoricien. Voilà pourquoi maintenant l'ambiguïté en toute circonstance et la déformation homotopique se calculent, en extension générale des calculs de Galois ou de Poincaré.

⁵ Et donc il s'agit aussi d'une confrontation avec des travaux qui depuis Bachelard ont poursuivi la veine surrationaliste, notamment ceux de Gilles Châtelet et surtout ceux de Charles Alunni.

⁶ Il y a donc aussi un lien implicite avec Rudolf Bkouche et avec Évelyne Barbin, dont les idées et travaux m'ont initié à l'approche bachelardienne de l'histoire des mathématiques et aux analyses gonsethiennes, avec ce qu'ils appellent une « perspective historique » pour l'enseignement des mathématiques.

⁷ MARGOLIN, 1974, p. 65.

Mon intention est donc d'abuser, de « lire » la pulsation chez Bachelard, ou plutôt d'en lire une explication (méta)psychologique, au sens de ce terme chez Bachelard, de faire comme si la pulsation était un « objet » épistémologique autour duquel Bachelard rodait et dont il aurait rongé sans cesse les préalables et les conséquences ; et de prolonger les effets de cette lecture en direction d'une analyse proprement en termes de diagrammes et catégories ; et là on ne pourra s'empêcher de rêver à ce que Bachelard aurait dit et fait, non seulement de l'actologie catégoricienne, mais de la pratique des catégoriciens avec leurs diagrammes.

2.2. Pulsations et diagrammes, deux notions nécessaires

L'acte intellectuel créateur, en science comme en poésie, ne demande pas a priori que son auteur sache ce qu'il y pense, ce qui s'y pense, ni a fortiori qu'il sache méditer ou ruminer le sens des signes qu'il pose ; la question de son sens vient après, et l'acte lui-même sans interprétation ne demande expressément qu'un mouvement de bougé, une *pulsation*, qui fasse départ depuis la culture en cours : juste, il faut *s'y mettre*, faut le faire, l'acte, comme exception.

Ce n'est que dans un deuxième moment que la question du sens, et par exemple de la rationalité, et par exemple de la rectification, se pose, en fonction du travail des *écritures diagrammatiques* du premier moment.

Au titre d'une relecture de Bachelard supposant que pour lui l'objet mathématique soit un objet scientifique (c'est l'hypothèse pivot de mon élaboration), je préciserai ce que signifient *pulsation* et *diagramme*, et notamment pourquoi ces deux notions sont nécessaires à la compréhension et l'analyse de la création mathématique, sinon à sa mise en œuvre.

J'affirme que la créativité mathématique réside dans le geste de *production pulsative de diagrammes*, ce dont je proposerai un schème (*), et je crois que de cela l'intuition épistémologique principale de Bachelard peut être rapprochée.

2.3. Abréviation : lettre et surobject

La question de la pulsation et du diagramme tourne autour de l'*abréviation*⁸, de l'objet qui s'amenuise, dont le diagramme s'abrège en lettre, disparaît, se redéploie, autre diagramme. Autre nom de ladite abréviation : métamorphose diagrammatique, au cœur de l'invention pulsative.

Et cela Bachelard y touche avec son *surobject*, qui se détermine de par sa construction, comme si celle-ci venait prendre place d'une illusion d'objet de l'appréhension sensible grossière et provisoire.

Pour Bachelard, en microphysique du moins, l'objet mathématique vaut aujourd'hui en guise d'objet physique scientifique, à la place du phénomène de l'expérience sensible. En 1932, il explique⁹ que, au contraire de ce qui se pensait au XIX^{ème} siècle, aujourd'hui les objets de la physique « c'est leur organisation qui fait figure de réalité. Autrement dit, ce qui est hypothétique maintenant, c'est *notre* phénomène » ; l'objet « c'est la formule mathématique qui lui donnera une forme », « notre intuition intellectuelle a désormais le pas sur l'intuition sensible », la réalité « a un sens

⁸ GUITART, 2000.

⁹ BACHELARD [1970], 2002, pp. 13, 14, 15, 16, 18.

mathématique avant d'avoir une signification phénoménale ». « Au commencement est la Relation, c'est pourquoi les mathématiques règnent sur le réel ». L'objet physique est d'abord construction d'un jeu de relations, d'un diagramme, il vaut comme *surobjet* mathématique. Et en mathématique aussi ce sera l'organisation --- voire le mouvement ou la variation de celle-ci, qui déterminera l'objet, et non pas son pseudo-fondement logico-ensembliste statique, la superstructure et non pas la substance.

2.4. La fonctionnalité équivoque, les variétés

La pulsation dont l'écriture de nouvel objet se fonde est sous condition de l'existence d'ambiguïté constitutive dans le jeu des relations déterminantes des diagrammes, dans l'ordre des opérations de ce jeu. Cette ambiguïté est d'abord utilisée avant que d'être repérée et thématifiée. Il y a deux manières générales de la voir. Algébriquement, l'ambiguïté se présente quand dans une relation il faut extraire une fonction ou une opération, géométriquement elle se voit quand dans une variété on montre, par le choix d'un atlas, la diversité des accès ou chemins.

Et de fait ce que la pulsation invente, c'est, suivant la perspective, une opération ou un espace : ce qui intéresse Bachelard !

3. Bascules et pulsations, et formes

En mai 2009, je proposai¹⁰ de considérer la question paradoxale d'une saisie rationnelle de la créativité et de la nouveauté comme celle de la construction d'une articulation entre la forme d'une structure et l'histoire d'une culture, entre littéralité algébrique et littérature, au point des deux fonctions qui font les deux bords de la « lettre », signifiant ainsi que la lettre est ce qui permet d'identifier science et littérature comme cobordants, ou bien comme source et but d'une même flèche ; laquelle ici bien sûr fait signe du mouvement de pensée de Gaston Bachelard.

3.1. Pulsation et bascule

Pour sa part Gilles Châtelet^{11 12} a mis l'accent dans l'acte créateur (en mathématique ou en physique) sur le mouvement de pensée transversal à son propre développement, mouvement de *bascule* latérale, quand la pensée sort de ses gonds, se donne une nouvelle dimension ; et pour ma part à ce sujet aussi j'ai mis l'accent sur l'idée de *pulsation*^{13 14} sur la capacité paradoxale de poursuite en dépit de et grâce au déséquilibre dans les enjeux contraires, en réserve de sens : cette réserve est l'abandon provisoire à l'insensé (qui, comme l'exprime Jean-Luc Nancy¹⁵, ferme tout accès au besoin du sens).

Provisoire ici veut dire dynamique et risqué, risque de se perdre hors de soi.

Sortir de ses gonds ou réserver son sens, cela s'accomplit, pour la pensée, au point d'invention dont un {diagramme} fait trace et vaut pour appui, tout cela pouvant

¹⁰ Argument d'une conférence à l'Université Paris VIII, le 23 mai 2009, dans une journée du *Séminaire du groupe Gilles Châtelet* consacrée à la question du diagramme, à l'invitation de Maryvonne Menez-Hallez et de Philippe Roy. Argument repris et un peu développé ici.

¹¹ CHÂTELET, 1992, pp. 251-318.

¹² CHÂTELET, 1993.

¹³ GUITART, 1991, pp. 3-4.

¹⁴ GUITART, 1999, 336 pages.

¹⁵ NANCY, 1990.

aussi faire l'objet d'une mathématique « galoisienne » de l'ambiguïté des gestes intellectuels et autres expériences de pensées, mathématique faisant état d'une nécessaire *courbure de la raison* ; courbure sur laquelle précisément elle bascule.

Pour Bachelard, « le matérialisme scientifique est une *science d'avenir*, [...] sa rationalité est précisément productrice de découvertes »¹⁶. Il faut donc, si ces découvertes doivent s'avérer vraiment neuves, que cette rationalité s'incorpore en sa méthode les jeux de pulsations, bascules et « pas de côté », son déraillement. La délicatesse de saisie de cette dialectique est mise en relief par Bachelard, quand il met en exergue de la conclusion de son livre *Le matérialisme rationnel*¹⁷ : « Peu d'hommes ont une connaissance nette de la ligne de démarcation qui sépare le connu du connu »¹⁸.

Dans la rationalité épistémologique, penser cette frontière est comme l'envers de penser la pulsation ; cette « ligne de Frazer » je l'interprète maintenant comme le hors-là de l'imaginaire en action, comme la non-séparation interne à la rationalité entre ses exercices substitutifs métonymiques et ses auto-débordements en métaphores.

Il faut aussi la rapporter à la détermination fitchéenne du moi comme sujet-objet, identique à soi-même se posant, sans dedans ni dehors, ou bien se posant dans *son* dehors ; seule la posture actologique, contre l'ontologie et le dogmatisme conceptualiste, permet d'entendre en raison cette paradoxalité. *La ligne qui sépare le connu du connu* est aussi bien un nom de l'acte générique qui sort de soi, ou encore de l'invention, du point de liberté d'un tracé dans la contrainte. On verra plus loin comment Bachelard nomme aussi cela « point d'ombre ». Point d'ombre de Bachelard donc, ligne de Frazer, ce sont des métaphores géométriques assignant un lieu à l'instant de bascule (au sens de Châtelet), dont la forme, à savoir la courbure de la raison en ce lieu, alias l'abréviation qui suivant sa symétrie fait concentration et rebond, implique donc en quelque sorte ce geste qui est la pulsation.

3.2. Diagrammes et sens, ou forme

Cette observation de 3.1. est du côté de la conscience initiatrice de l'acte de qui pense « librement » et l'on peut envisager maintenant la question d'une façon déplacée, en insistant sur le fait que la pratique mathématicienne est une *manipulation de diagrammes* (libre et avec les mains, donc, en tant qu'artisanat dans l'entendement), en quoi je m'accorde avec Charles Saunders Peirce, et que l'émergence du sens mathématique ressort de cette manipulation, en bascules et pulsations, parmi les signes.

La question du sens, du croisement entre la structure et l'interprétation, relèvera d'un sens de l'histoire opposé à celui de l'orthodoxie d'exposition positive de la collection des contenus présentant la science comme un savoir accompli en progrès et à lire, relèvera donc d'un sens qui plutôt s'intéresse aux ruptures, aux pulsations des moments créatifs, aux mises en route et ressources des gestes inventifs, qui sont à jouer et re-jouer, et a fortiori en opposition à ceux que Gaston Bachelard appelle, péjorativement, les « continuistes de la culture » ; et elle relèvera aussi d'une herméneutique très particulière, non-théologique comme fut l'herméneutique traditionnelle en ses débuts (interprétation des textes sacrés) et aussi bien chez Paul Ricœur, et plutôt « art de comprendre » dialectique comme chez Friedrich Schleiermacher, herméneutique historicienne comme chez Wilhelm Dilthey (mais au titre de cette histoire de l'invention ici pointée, de son moment de production, plutôt que de ses produits et de leur marché ;

¹⁶ BACHELARD, 1953, p.7.

¹⁷ BACHELARD, *op. cit.*, p. 207.

¹⁸ FRAZER, 1983.

et sans le clivage diltheyen entre sciences de la nature et sciences de l'esprit), distincte de celle de Martin Heidegger, parce qu'au fond il suppose que la science ne pense pas, il répugne à l'exigence leibnizienne d'associer le calcul à la pensée ; et justement passer de la pensée au calcul est comme un moment pulsatif dans la pensée, un passage hors-sens et non-méditatif, où l'esprit se laisse porter par « la naturalité des écritures »¹⁹, on pourrait dire par la surrationalité des écritures, se laisse sous condition de surveillance de soi seconde.

Si l'on pose donc que l'acte d'imagination précède la tenue du sens, l'herméneutique doit viser d'abord le sens de l'acte d'imagination, et non pas le sens de ce qu'il produit ; il faut donc lire dans ce qui est produit (le diagramme) le sens du geste qui l'a produit, le sens de la volonté de ce geste, et ce sens je mets dans le modelage même du diagramme, dans sa forme. D'où la proposition : l'herméneutique comme d'abord calcul de formes, et élaboration de concepts ensuite. Et la thèse : *Nous inventons des diagrammes et leurs sens sont leurs formes*. Cette thèse me semble compatible avec la conception bachelardienne du surrationalisme, du surobject, du diagramme, et surtout sa conception de la construction de la philosophie des sciences à partir des gestes de la production scientifique, et non pas comme norme qui guiderait ces gestes.

4. Herméneutique et méthode non-cartésienne

4.1. épistémologie non-cartésienne ou non-épistémologie

Evelyne Barbin explique²⁰ qu'au XVIIème siècle la révolution mathématique fut d'abord l'invention de *méthodes d'invention*, en une rupture assumée avec les anciens, dont les principes et motifs sont lisibles chez Galilée, Bacon, Descartes. La découverte majeure que ce souci de méthode engendra fut *l'invention du courbe*, et l'utilisation du courbe en général, puis de la fonction et de sa variation, pour représenter les phénomènes physiques : de ce point s'amorce ce qui au XIXème siècle portera le nom de *Physique mathématique*.

Par « épistémologie » ou « herméneutique cartésienne » j'entends le travail de construction de connaissances ou de prise de sens et interprétation scientifique de la nature qui s'ensuit de la méthode cartésienne d'invention.

L'épistémologie de Bachelard est une « épistémologie historique »²¹ car « il est impossible pour Bachelard, de saisir la scientificité d'un concept ou d'une théorie sans une perspective historique²². Mais, comme l'exprime Vincent Bontems²³, elle est transhistorique si l'on entend « historique » dans le sens continuiste, histoire d'un progrès déjà annoncé de précurseurs et désormais accompli ; ce qui se lit à partir de l'introduction de la notion de *rupture* (épistémologique)²⁴, formulée en 1928.

¹⁹ Expression favorite de Pierre Damphousse, à propos de l'activité mathématicienne. Nous pouvons pousser ce bouchon un cran plus loin en soulignant que nature est physis, et que nous-mêmes donc entendrons par « naturalité des écritures » le fait que : l'écriture *est* la physis même, la physique de l'acte de la pensée mathématique : par quoi il nous semble rejoindre Giordano Bruno, en amont de Galileo Galilei.

²⁰ BARBIN, 2006.

²¹ LECOURT, 1969.

²² BONTEMS, 2010, p. 30.

²³ BONTEMS, *idem*, chapitre I.

²⁴ BACHELARD [1928], 1981, p. 270.

L'épistémologie de Bachelard est aussi suivant son expression, « non-cartésienne »²⁵, dans la mesure où la cartésienne est sous condition de la règle XII des *Regulae*²⁶ qui propose avec l'entendement, l'imagination, les sens, la mémoire, de mettre entre les choses que l'on cherche et celles que l'on sait, et notamment les simples, une liaison convenable ; René Descartes précise aussi : « Dans la connaissance il n'y a que deux points à considérer, savoir : nous qui connaissons et les objets qui sont à connaître ». C'est contre ce dualisme entre le sujet connaissant et l'objet, qui suppose que l'objet existe par lui-même et que le sujet s'en approche objectivement (sic), et aussi contre l'idée qu'il y a d'abord des phénomènes simples, et la possibilité analytique de construire des liaisons, que Bachelard est critique. Il n'y a pas d'objets que l'on approcherait en y ajoutant des relations, mais il n'y a que des relations posées symboliquement, d'où des objets émergent in fine : « un objet n'ayant de fonctions que dans une relation, c'est toujours à un corps de relations que nous avons affaire » et « l'essence est une fonction de la relation » ; « toujours nous avons eu affaire à une réalité qu'on formait en amassant des relations »²⁷.

Par exemple, suivant les explications d'Eddington²⁸, Bachelard tient que le vide n'est qu'une propriété, la propriété du tenseur de Riemann contracté là où il est égal à zéro ; c'est par là que le vide est une réalité : « Donnez-moi des conditions mathématiques invariantes, et je vous ferai une réalité ».

Pour Bachelard le réel n'est pas donné, il est construit, notamment dans l'effort pour trouver de l'objet simple dans la complexité phénoménale. De ce fait la raison est sous condition de son histoire, de son auto-rectification, de son indéfinie insatisfaction.

Pour Bachelard l'épistémologie comme philosophie de la science n'est pas une norme-condition de la production de la science ou de sa compréhension au regard des diverses philosophies ; en sens renversé l'épistémologie doit advenir comme corrélat de la fabrique de la science, de l'émergence de la nouveauté dans la science au travail. Elle sera donc ouverte et locale, dans le mouvement de *penser contre* ; non pas d'argumenter ou raisonner contre, mais de suivre ce qui dans le neuf ici ou là est déjà contre les raisons qu'on avait de le gager. Ainsi elle est psychologique car contre la psychologie, historique car contre l'histoire, ouverte car contre la fermeture, locale car contre le système.

A propos de système, on prendra garde que la liaison avec Fichte que nous évoquions avec le terme d'actologie à propos de la correction de l'objet, ou avec Schelling et Hegel, n'est certainement pas sur le versant du travail philosophique d'élaboration d'un système « systématique » relevant d'un principe, mais sur le point de la mise en valeur de l'acte contre le dogme. Bachelard, nous semble-t-il, admettrait quelque chose de la *Doctrine de la science*, mais révisée en tant que : système *ouvert* des actes.

Et dans chacune de ses études, l'épistémologie de Bachelard mettra l'accent sur le contre, sur le moment de négation dialectique : le non-euclidien, le non-lavoisien, le non-aristotélicien, la non-analyticité, le non-substantialisme. Et ces moments sont produits au regard de la philosophie dans l'après-coup des aventures scientifiques correspondantes.

²⁵ BACHELARD [1934], 1971, Chap. VI, pp. 130-183.

²⁶ DESCARTES, 1970, p. 71.

²⁷ BACHELARD, 1929, p. 158, 208, 241, 239, 241.

²⁸ EDDINGTON, 1921.

Il s'agit peut-être même d'une non-épistémologie, contre l'épistémologie qui serait un tableau raisonné des méthodes et résultats des sciences, juxtaposés, base d'une philosophie de la logique et de la nature ; car aucun de ces problèmes n'intéresse vraiment Bachelard²⁹.

L'épistémologie de Bachelard doit venir des différentes régions de la science en acte, d'où des « rationalismes régionaux » qui se rejoindraient dans un « rationalisme intégrant » qui se constituerait a posteriori. Ce « rationalisme intégral doit donc être un rationalisme dialectique qui décide de la structure où doit s'engager la pensée pour informer une expérience : il s'agit d'« une détermination de la possibilité de multiples axiomatiques pour faire face à la multiplication des expériences »³⁰.

J'entendrais cette épistémologie non pas comme une doctrine ou une « philosophie de résumé » (expression de Bachelard), mais comme un travail en cours, toujours inachevé, et ce travail est celui d'une modélisation rationnelle critique, de l'organisation des modèles locaux anciens et nouveaux. Ce travail a lieu dans la complexité changeante, il n'est pas supposé un objet clair et distinct, mais au contraire les objets finiront par émerger construits par le travail, en raison de leurs fonctionnalités en réseau.

De plus à l'absence première des objets s'ajouterait que nous partirions non pas de nos préjugés en guise de vérités premières, mais de nos préjugés (dont nous avons l'âge) en guise d'« erreurs premières » ; sans même, comme Descartes, tenir l'assurance d'être du fait d'agiter des pensées : au cogito cartésien, Bachelard oppose, en échangeant les places du « stable » et de l'« instable » ce qu'on pourrait nommer un non-cogito : « je ne pense à rien, donc je suis prêt à penser toute chose »³¹. Au bord de la pulsation.

Ainsi le départ n'est pas simple mais complexe, on ne construit pas en échafaudant mais on déconstruit en rectifiant, il n'y a pas le cogito mais le non-cogito, etc. On est bien dans un envers du dispositif cartésien. Mais par contre, et c'est essentiel, on est toujours dans une épistémologie et une méthode d'invention. Tout comme en géométrie non-euclidienne on est toujours en géométrie. Cette méthode peut se préciser comme méthode avec ce que Bachelard nomme la *surveillance* (voir en 5.3).

Si l'on applique ce que propose Bachelard dans le champ de la science limité aux mathématiques, avec des rationalités régionales qui s'appellent « géométrie », « arithmétique », etc., le rationalisme intégral consiste alors en l'examen des changements de cadres et points de vue, des modifications d'interprétations des symboles, etc. : soit précisément de ce qui fait passage pulsatif dans le travail mathématique même.

4.2. Changements et exstances

Pour Bachelard « la connaissance est une des figures du changement, c'est l'union de l'autre au sein du même »³². Ce sont bien les effets de changements en eux-mêmes qui intéressent Bachelard : la variation du groupe G des géométries, le calcul d'ambiguïté adjacent à la méthode galoisienne, le déplacement qui s'indique dans les diagrammes, ou encore la nature même du phénomène physique en tant que saisi par une fonction sur

²⁹ POIRIER, in *Bachelard. Colloque de Cerisy*, p. 9-37, p. 19.

³⁰ BACHELARD [1949], 2004, p. 132-133.

³¹ BACHELARD, *ibid.*, p. 33.

³² BACHELARD [1928], 1981, p. 259.

une variété, et aussi les changements de cadres, analogies, etc. Et ce sont ces changements en tant qu'on peut y lire du moment inventif en propre, le geste.

Le « simple » dont part l'analyse bachelardienne est donc le point d'invention, un simple mouvement, geste donc, dans le chaos complexe du soi-disant donné théorique ou matériel, et le surobject qui en résultera, comme un objet renversé en « non-image », ne deviendra simple qu'à la fin d'un parcours qui le construit en déconstruisant ou rectifiant le moment inventif dont il émerge, comme, dirions-nous, *point d'acte*. C'est au point que la nature d'un objet consiste *in fine* en son changement: « On pourrait dire à l'être mathématique dis-moi comment l'on te transforme, je te dirai qui tu es »³³. Bachelard en développe le principe dans son commentaire³⁴ de l'analyse du théorème de Pythagore par Bouligand³⁵, trouvant une nouvelle profondeur de sens de ce théorème dans la découverte du rôle du groupe des similitudes.

« Tout devient fonctionnel »³⁶ écrit Bachelard, et l'objet n'existerait qu'en vertu de la fonctionnalité de son auto-changement. L'objet adviendrait non comme substance, mais comme « exstance »³⁷, dans la diversité de ses extensions, autrement dit comme point dans la Virtualité (voir en 4.3.) qu'un mathématicien peut animer d'une pulsation. L'objet serait d'avance évidé, simple carrefour, dans la mesure où le sens du lemme de Yoneda, pour le mathématicien au travail, réside dans la formule que j'en donnais ainsi comme titre d'une conférence: *L'évidement des objets et le dehors comme substance*³⁸. Voir aussi plus loin, en 7.1., la proposition bachelardienne de « point d'ombre ».

Pour ma part, la relation est une virtualité d'actions, la fonction une sélection ou choix d'acte dans une relation, et les catégories abstraites modélisent le rapport général qu'un système de choix d'actes entretient avec lui-même, au titre de la composition en son sein, du jeu des substitutions: cela est réalisé sous prétexte d'objets mathématiques qui auraient à exister, à être construit, mais qu'on ne fait jamais que déterminer, fonctionnellement. C'est aux points où ces déterminations s'abrègent que la pulsation joue, ou bien que l'exstance des surobjects s'installe. Pour acquérir une vue de cet ordre, il suffisait à Bachelard d'entreprendre l'analyse des espaces au titre de leurs groupes, lesquels groupes sont bien des jeux d'actions en puissances; voire de constituer les espaces comme absents, comme manipulation de lettres, de tenseurs par exemples, sous conditions de symétries.

Soulignons que Charles Alunni insiste à juste titre sur l'algébrisme de Bachelard, ce qui s'entend toujours comme déploiement littéral d'un espace relationnel, et là comme écriture et calcul d'actions. Il écrit: « Je soutiens non seulement que l'écriture de la science crée de la philosophie « en acte » – position bachelardienne minimale – mais qu'elle s'offre également à elle comme champ d'expérience de l'inventivité conceptuelle »³⁹. Nous nous autoriserons de cet algébrisme de Bachelard pour interpréter Bachelard au-delà de ce qu'il faisait avec les groupes, en termes de catégories, de la théorie des catégories comme algèbre des actes mathématiques, comme actologie.

L'exstance du surobject est sa forme comme auto-correction, comme acte d'auto-synthèse; tout comme chez Fichte nous partons d'un moi qui est exactement identique à lui-même se posant, identique à son posé, nous pouvons aussi rapporter cette exstance à

³³ BACHELARD, 1971, p. 32.

³⁴ BACHELARD, 2004, pp. 86-99.

³⁵ BOULIGAND, 1935, pp. 139-176.

³⁶ BACHELARD, 2004, p. 83.

³⁷ BACHELARD, *ibid.*, p. 39.

³⁸ GUITART, 2007.

³⁹ ALUNNI, 2013, 123-137, p. 124.

l' « actualisme » de Gentile, qui remonte donc à Bertrando Spaventa, comme nous l'apprend Alunni : il s'agit d'un point de Logos pensé, mais « d'un Logos qui, à partir de soi, se fait objet à l'intérieur de soi : c'est l'esprit comme acte qui *ex se oritur* »⁴⁰. Question donc d'une épistémologie de la créativité contre l'encyclopédisme, centré sur l'acte contingent plutôt que sur la logique et la nécessité subséquente.

C'est pourquoi la position de Bachelard hors l'a priori du souci du logique et du fondement, que Martin lui reproche, est parfaitement rigoureuse en assumant le primat de l'invention sur la garantie, tout en maintenant une totale exigence d'exactitude.

Il s'agit de ne pas confondre l'exactitude et la soumission à une logique par avance fixée : l'exactitude relève de la rigueur qui vise l'écriture des changements. Son point d'impossibilité est donc de fixer d'une lettre un mouvement nouveau, et cet impossible l'algèbre, et notamment l'algèbre catégorique des flèches, le réalise ; tandis que l'impossible avec la logique, est l'interdit d'écrire quoique ce soit de nouveau.

L'exercice mathématique effectif relève alors d'un compromis subjectif entre l'algèbre et la logique, compromis dont le principe est la grande invention de Descartes : le contrôle de vérité sera fait a posteriori dans l'exactitude des calculs, par l'évidence de cette exactitude, et non plus imposée d'avance dans le respect des règles d'énonciation logiques. Prime l'acte de poser (une lettre, un jeu de lettres), est seconde la question de l'assurance d'un sens utile de cet acte et de sa valeur représentative. Alors l'objet de démonstration n'est plus qu'écriture de soi, il se prouve à l'intérieur de soi, de par sa cohérence littérale, en montrant sa place dans sa catégorie, en affirmant sa fonction sur lui-même et ses autres, son action.

L'acte mathématique à penser est désormais celui d'avancer des structures : si plutôt que de commencer par une preuve logique, je pose un diagramme, si je propose un dispositif structural, en quoi fais-je encore de la mathématique ? La mathématique, en tant que science de l'organisation, se prouve non pas logiquement, mais en marchant, c'est-à-dire en posant des organisations ou structures (exstances de suobjets), comme avant la philosophie on pose des figures géométriques, comme on pose des calculs.

4.3. Virtualité diagrammatique

J'en suis donc là : nous imaginons la réalité scientifique, en tant que nous y effectuons du changement, nous inventons des diagrammes d'exstances et leurs sens sont leurs formes, leurs places en réseaux, et – dirait probablement Bachelard – c'est *de là* qu'une philosophie est à construire. Il faut préciser que l'invention des diagrammes est dans un lieu idéal d'expériences de pensées, que je nomme la *Virtualité*, et la forme une détermination mathématique, la cohomologie des espaces, groupes et diagrammes. Il faut donc diriger nos pas vers une re-présentation mathématique catégoricienne de la virtualité, des diagrammes, de la forme.

Je ferais l'économie de l'idée romantique de la philosophie comme questionnement herméneutique ouvert, comme accueil passif du sens ineffable ; un tel modèle n'est pas nécessaire à la mise en œuvre de la philosophie comme geste et intervention. Cela – ce recours à l' « herméneutique » pour déterminer l'ouverture – ne fait qu'installer la philosophie comme l'ultime mythologie, du vrai comme légende, au point d'obscurcissement idéal de la pensée. Alors qu'au contraire la philosophie n'est pas au point du commentaire, elle n'est pas sous condition du travail des interprétations exégétiques et du comprendre, mais du savoir-faire, de l'expérimentation de la raison.

⁴⁰ ALUNNI, 2004, p. 144-151, §II. A.

L'herméneutique qui me convient sera aussi au plus près de celle de Hans-Georg Gadamer, dans la mesure où l'on peut y voir l'herméneutique des conditions dans lesquelles la compréhension a lieu ; tant pour Gadamer l'interprétation est une flèche

$$f: A \rightarrow B$$

qui vise B inconnu à partir d'un connu A, flèche dont la détermination (le sens donc) consiste en son opération sur les flèches $? \rightarrow A$ qui entrent dans A, pour produire des flèches qui entrent dans B : comme catégoricien, je lis là le plan fondamental du lemme de Yoneda, l'articulation à la théorie catégoricienne de la forme (*shape theory*).

Il me faut aussi bien préciser le sens du mot « culture », qui à l'opposé du « culturel », signifiera un *état de l'art inventif*, notion compatible peut-être avec les idées de Ernst Cassirer. Chez Cassirer notamment on doit lire la formation d'une conception fonctionnelle, et partant catégoricienne avant la lettre, des objets. L'invention est à situer là où les fonctions se composent et pointent des différences ou variations, des déformations, s'organisent en diagrammes. Et en fait tout diagramme sera un système de fonctions explicites ou implicites, entre variétés.

La question de l'invention est alors déplacée, depuis l'acte jusqu'à son sens, et en la considérant vis-à-vis du sens – et non plus pour la conscience initiatrice (pour parler comme ceux qui croient à la psychologie) – il nous faut construire une théorie du nouveau, articuler des critères de nouveauté, de l'émergence de la connaissance du réputé inconnu.

Ici une hétérogénéité essentielle opère, entre la structure motrice et l'interprétation, qui demande que la séparation traditionnelle entre connaissance et action soit révoquée, au profit d'une herméneutique du geste de pensée.

Cela serait réalisable au sein de la Virtualité diagrammatique, comme herméneutique mathématicienne de la pulsation ; c'est mon hypothèse. Il s'agit de soutenir au point du travail de la flèche que la pulsation mathématique est à la racine de l'invention, car comme disait Evariste Galois : « quand ils arrivent à la vérité, c'est en heurtant de ce côté et d'autre qu'ils y sont tombés ». Voilà l'affaire, s'abandonner à la force de l'écriture, dans le désir et l'espoir de tomber dans la vérité : pas plus, la croyance à la logique à ce moment est de trop⁴¹ : il y faut l'esprit comme une flèche sans but.

5. Pulsation et modèle définitif-provisoire

Je voudrais maintenant préciser comment j'ai utilisé Bachelard dans le livre *La pulsation mathématique*. A l'époque les quelques idées sur Bachelard que je tenais me venaient des travaux d'histoire et épistémologie des mathématiques d'inspiration fortement bachelardienne et gonsethienne d'Evelyne Barbin et aussi de Rudolf Bkouche, et de la portée pédagogique de ces travaux, comme l'enseignement des mathématiques et de leur histoire à partir des problèmes, sous condition donc de la fameuse formule de Bachelard⁴² : « Avant tout il faut savoir poser des problèmes [...] toute connaissance est réponse à une question [...] Tout est construit. ».

L'un des motifs de l'écriture de *La pulsation mathématique* en 1999 fut de m'élever contre les abus d'une certaine didactique, et notamment le non-sens de l'idée de *transposition didactique*, et l'accaparement sommaire de Bachelard, dont les obstacles

⁴¹ GUITART, 2008, 8 p.

⁴² BACHELARD, 1967⁵, p. 14.

épistémologiques (à surmonter) devaient expliquer des obstacles didactiques (à éliminer). L'obstacle bachelardien est l'occasion même de pensée créatrice, en pensant contre cet obstacle, qui par là est nécessaire ; *occasion de pulsation*, dirais-je.

5.1. Gestes pulsatifs et ruptures

Concrètement, un geste pulsatif dans le travail mathématique est une rupture de sens et consiste en l'introduction, hors-sens, au point d'une situation impossible, d'un terme devenant modèle définitif *et* provisoire : c'est définitif parce que c'est rationnel (car dans le fil d'un décollage de la rationalité qui en acte s'écarte de son propre contrôle) et c'est provisoire parce que c'est déjà rationnellement rectifiable ; et le passé de ce geste, la forme précédente de la rationalité, fera ensuite retour au titre d'une ré-interprétation (schème du récurrent chez Bachelard) : un tel modèle est une invention qui vaut a posteriori pour abréviation d'un complexe qui faisait obstacle à la poursuite.

Un tel modèle neuf n'est pas du tout une formule ou un diagramme compris comme simple représentation positive de ce qui serait dans la nature : au contraire il invente un être neuf vivant, virtuel d'abord, et qu'en retour et a posteriori on décèlera dans le monde de la « nature scientifique » (décalé du « monde commun » bien sûr). On est à l'envers du réalisme, le geste promet le surobject.

Ce modèle peut être une réinterprétation intempestive d'une lettre, le remplacement d'une constante par un paramètre, une symétrisation de formules, l'adjonction d'une solution à un problème, la modification d'une axiomatique, le posé d'un impossible a priori, voire la poursuite aveugle d'un calcul hors les règles jusque là permises, voire la suspension du sens univoque au titre d'une ambiguïté qui sera ensuite à calculer ; cela peut être un changement de cadre⁴³, ou aussi la sortie d'un seul cadre donné sans garantie de trouver un autre cadre connu d'accueil. Il y a même ce que l'on nomme en mathématiques aujourd'hui des *analogies*, qui sont comme des programmations de mise en parallèles de cadres distincts, et de changements entre ces cadres, pour procéder systématiquement à des traductions. Par exemple il y a l'analogie entre les corps de nombres et les corps de fonctions, d'une part le calcul des nombres rationnels, de l'autre le calcul des fractions rationnelles sur un corps fini, dont l'importance a été relevée par André Weil⁴⁴ ; le développement de cette analogie devient un sujet mathématique en soi-même⁴⁵.

Les changements de cadres, et a fortiori les analogies, sont des pulsations macroscopiques ou intégrées, voire programmatives, mais il ne faut pas oublier les pulsations proprement infimes ou invisibles, différentielles élémentaires, dont le quotidien des calculs et constructions se nourrit, au plus près du transport métaphorique, et que l'instruction doit savoir stimuler, souvent contre le respect de la rigueur logique positive. La pulsation a lieu en raison d'intuitions et peut être sans issue résolutive, ne rien produire de nouveau, c'est une prise de risque. Matériellement parlant, c'est un bougé dans les écritures et leurs interprétations, une rupture innovante de la continuité du quotidien des substitutions rationnelles contrôlées. La pulsation peut partir d'une erreur, peut se conclure par un échec, on peut la comprendre comme participant de l'*approximation* et de la *révision* ou le *repentir* au sens bachelardien, mais elle est bien

⁴³ DOUADY, 1984.

⁴⁴ WEIL, 1979, 244-255.

⁴⁵ LAUMON, 2005.

distincte de ces idées, ce n'est pas comme elles une stratégie ou un devoir de la raison scientifique, mais l'acte constitutif de la qualité même du geste mathématique.

5.2. Quatre temps du dégagement de la pulsation

Cette pulsation, ce bougé, j'en ai établi l'existence en trois temps, que l'on peut nommer : ambiguïté, pulsation, abréviation.

Le premier temps fut celui de La courbure de la raison⁴⁶, où les manières galoisienne et kleinienne de saisie de l'ambiguïté constitutive de l'algèbre ou la géométrie, les fonctions des lettres claires et obscures⁴⁷, sont mises en demeure de constituer, avec les outils modernes par lesquels cela se synthétise – les variétés, les fibrés, les catégories –, une théorie du réel rationnel incluant la capacité de l'homme à se mentir⁴⁸. Aujourd'hui je relève qu'il y a chez Bachelard quelque souci parallèle quand il écrit : « La première et la plus essentielle fonction de l'activité du sujet est de se tromper »⁴⁹.

Le côté auto-référent du « se mentir » est cependant oublié, et ce qui est gardé est en fait « cartésien », pointe sur le sujet qui *suppose*, se trompe, rectifie, se rectifie.

Le deuxième temps fut celui de La pulsation mathématique⁵⁰, où le geste pulsatif est volontairement isolé, à des fins d'instruction, et compris avec seulement des gestes élémentaires accessibles aux débutants, et donc sans catégories, dualités, diagrammes, etc. Par rapport à Bachelard maintenant on peut signaler un lien avec le sujet qui invente en supposant, quand « l'esprit en vient à penser l'objectivité, c'est-à-dire à se détacher soi-même de sa propre pensée »⁵¹.

Le troisième temps fut celui de *Evidence et étrangeté*⁵², où, l'idée de l'ambiguïté et la pulsation étant assimilée, on revient aux diagrammes et à l'abréviation, comme ressource universelle pour bien écrire cette idée, pour pouvoir la mettre en scène, la saisir, la calculer ; ce qui est montré central pour la mathématique comme pour la psychanalyse.

Aujourd'hui – quatrième temps – j'en suis au souci de promouvoir, sous les conditions dégagées dans ces trois étapes, une nouvelle mise en œuvre critique de la modélisation, fermée *et* ouverte, qui devra être une théorie du nouveau, que je désignerais comme la *modélisation catégoricienne*.

L'invention en science est sous condition de telles modélisations innovantes dans la rationalité. De façon bachelardienne je dirais que le progrès de la science tient à la poursuite discontinue de ces ruptures, de ces moments singuliers ou critiques où la rationalité se décolle d'elle-même sans solution de continuité immédiate, comme par inadvertance.

⁴⁶ GUITART, 1991.

⁴⁷ GUITART, 1992, pp. 28-39.

⁴⁸ GUITART, 1991.

⁴⁹ BACHELARD [1934-1935], p. 21-29, republié in 2002, p. 79.

⁵⁰ GUITART, 1999.

⁵¹ BACHELARD, 2002, p. 81.

⁵² GUITART, 2000.

5.3. Surrationalisme, surveillance

Il est tout évident que Bachelard attribue la plus grande importance au bougé intempestif de la pensée rationnelle, voire à ce que j'isole comme la pulsation de l'acte mathématique, contre l'importance du passif que constitue toute axiomatisation figée ou continuée – encore qu'une axiomatisation qui se sait provisoire puisse aussi et doit émerger d'un moment pulsatif ; et encore que la fixation d'axiomes soit un moment indispensable aussi au travail mathématique –, pulsation qui se déclenche au plus près de l'intuition, en vertu de la rationalité même ; soit en fait sous condition du surrationalisme⁵³ ou l'ouverture de la raison au renouvellement de ses normes⁵⁴, que Bachelard rapporte ensuite à deux dimensions d'un rationalisme complexe et dialectique⁵⁵, et pas du tout, comme le croit Roger Martin⁵⁶ sous couvert d' « une interprétation presque psychologisante ».

Ce n'est pas une question de motif psychologique mais, à l'opposé, de psycho-analyse, d'« un inconscient affecté mais agissant ». Justement Bachelard sait que « le mathématicien doit parler comme s'il ne le savait pas [de quoi il parle] ; il *refoule* l'intuition ; il *sublime* l'expérience »⁵⁷. A ce point, Bachelard parle depuis sa propre expérience justement – on se souvient qu'il a commencé par des études de mathématiques –, il sait en quoi ça consiste que d'en faire. Il s'agit donc peut-être d'une certaine « pulsion mathématicienne », qui pousse à effectuer un geste qui est une pulsation. En guise d'une écriture proématique de l'inconscient.

Bachelard construit pour le surrationalisme et la dialectique de la raison associée, une vue en terme de *surveillances intellectuelles* successives, comme exposé nettement par Alunni⁵⁸. Le troisième niveau de la surveillance, la « (surveillance)³ », apparaît « quand on surveillera non seulement l'application de la méthode, mais la méthode elle-même. La (surveillance)³ demandera qu'on mette la *méthode* à l'épreuve, elle demandera qu'on risque dans l'expérience les certitudes rationnelles ou que survienne une crise d'interprétation »⁵⁹.

5.4. Psychologie de l'acte scientifique d'invention

Quant à la question du psychologisme dans l'épistémologie de Bachelard, on peut l'écartier ainsi, comme vue en passant en 5.3. par le travers de la question psychanalytique, et du souci du « bien écrire », du poème, du passage à l'acte ; mais on peut aussi l'écartier par matérialisme suivant Dominique Lecourt⁶⁰ qui voit le psychologisme dans la poétique de Bachelard comme un « point de fuite » qu'il n'est pas nécessaire d'assumer pour faire tenir l'épistémologie ; il rapporte la notion de « rapport

⁵³ BACHELARD, « Le surrationalisme », in *Inquisitions, Du Surréalisme au Front Populaire*, éditions Sociales Internationales, juin 1936. [référence indiquée par Ch. Alunni, et commentée dans son article « Gaston Bachelard face aux mathématiques » (ce volume)].

⁵⁴ BONTEMS, 2010, p. 30. p. 224.

⁵⁵ BACHELARD [1940], 2012 p. 19.

⁵⁶ MARTIN, in *Bachelard, Colloque de Cerisy 1970*, 1974, 46-67 p. 55.

⁵⁷ BACHELARD, 1971, p. 36.

⁵⁸ ALUNNI, « Gaston Bachelard face aux mathématiques », ce volume.

⁵⁹ BACHELARD, 2004, p. 79-80.

⁶⁰ LECOURT, 1970, pp. 5-13.

imaginaire » à l'idéologie, au « rapport imaginaire des hommes à leurs conditions matérielles d'existence ».

Bachelard cependant introduit les « obstacles épistémologiques »⁶¹ en parlant des « conditions psychologiques des progrès de la science » et de « psychanalyse de la connaissance objective », mais c'est de la psychologie du seul sujet de l'acte même de connaître qu'il s'agit, du trouble de cet acte, de la clarté *après coup* dans la rencontre du réel avec la mise au point de l'appareil des raisons. Soit en un sens, transposée du côté du surrationalisme, l'image surréaliste de Lautréamont : beau comme la rencontre fortuite sur une table de dissection d'une machine à coudre et d'un parapluie. Le *Lautréamont* de Bachelard tient à ce motif, à ce point relevé par Michel Mansuy⁶² : « Avec Lautréamont, on est dans le discontinu des actes, dans la joie explosive des instants de décision »⁶³.

Mais que signifie chez Bachelard l'emploi du terme « psychologie » ? En lisant *La formation de l'esprit scientifique*⁶⁴, on comprend qu'il pense contre la psychologie littéraire des sentiments du moi, de l'intériorité, du profond, de l'intime – tout comme il pense la réalité comme construite, voire mathématiquement construite dans les « synthèses créatrices de la Physique mathématique »⁶⁵, contre le réalisme de la substance et de son intérieur – au point qu'il fait de ces deux pôles accouplés l'obstacle épistémologique qu'il nomme l'obstacle substantialiste ; et il pense donc la psychologie contre cet obstacle, en proposant une psychologie toute superficielle et fonctionnelle, « des errements de la pensée qui cherche l'objet ». Le sujet visé par cette psychologie est celui de l'errément au moment de la découverte scientifique même. L'errément, le repentir, en tant que ressource nécessaire à la pensée scientifique, cela confine à la pulsation : de ce biais la pulsation serait le ressort psychologique de l'acte mathématique : la recherche de l'objet-qu'il-n'y-a-pas, l'obstination du surobjectal.

Pour ce qui est de la place du sujet mathématicien dans son travail « pulsatif », j'en ai proposé une approche du côté Zen : elle serait comme celle du tireur à l'arc dans l'art zen du tir à l'arc⁶⁶, d'un tireur qui tirerait donc des flèches sans but, sans maîtriser une intention de cible, sans « croire à l'objet, en état de détachement, voire sans volition »⁶⁷. Aujourd'hui j'ajouterais qu'il est comme un rêveur dans la rationalité, qui se laisse porter par des « champs de forces créés dans l'imagination par le rapprochement de deux images différentes »⁶⁸, dans une dynamique des rapports entre idées. C'est de cette dynamique qu'il semble que la psychologie de Bachelard s'occupe. On peut ainsi lire chez Bachelard à ce titre un souci non pas de la pulsation même, mais de ses effets immédiats dans le sujet pensant : instant de décision *et* errance vers l'objet.

Je prends donc pour un « motif psychologique » de la pulsation mathématique (au sens bachelardien du terme « psychologique », qui, on l'a compris, est à l'opposé du psychologisme) ceci par quoi Bachelard termine *Le nouvel esprit scientifique* : « ne conviendrait-il pas, pour comprendre l'évolution intellectuelle, de prêter attention à la pensée anxieuse, à la pensée en quête d'objet, à la pensée qui cherche des occasions

⁶¹ BACHELARD, 1967⁵, p. 13.

⁶² MANSUY, 1965, pp. 26-51, p. 29.

⁶³ BACHELARD [1940], 1995, p. 23.

⁶⁴ BACHELARD, 1967⁵, p. 98.

⁶⁵ BACHELARD, 1971, p.183.

⁶⁶ HERRIGEL [1936], 1993.

⁶⁷ GUITART, 2002, 49-81, p. 53.

⁶⁸ BACHELARD, 1971, p. 181.

dialectiques de sortir d'elle-même, de rompre ses propres cadres, bref à la pensée en voie d'objectivation ? On ne peut alors manquer de penser qu'une telle pensée est créatrice »⁶⁹. Les différents niveaux de la *surveillance* (voir en 5.3.) constituent alors les termes premiers de l'analyse psychologique de l'invention.

5.5. Pulsions et obstacles

Quand je reçus à relire les épreuves de *La pulsation mathématique*, il n'y avait qu'une coquille, énorme ; sur la couverture le titre était : La pulsion mathématique.

On se dispensera de confondre la force éventuelle qui cause le phénomène avec le phénomène, la pulsion avec la pulsation, et on se dispensera aussi de comprendre la pulsation dans son principe en termes imagés, géométriques notamment, pour la comprendre directement comme un geste dans l'entendement, l'élément de tout geste mathématique quand l'activité rationnelle tend à se surprendre. La pulsation ne sera déterminée ni par ses causes ni par ses motifs psychiques. Ce n'est donc pas directement du côté de son intérêt pour la psychanalyse que je sollicite Bachelard. Cependant on profiterait dans cette direction de son travail pour apprendre que l'abandon à l'insensé et à la rigueur des écritures inconscientes n'est pas la folie, qu'il y a une manière de cet abandon qui met en tension la rationalité et lui procure son propre changement.

Pour comprendre l'usage que je fais de Bachelard, il faut d'abord se déprendre de la mauvaise interprétation du rapport de Bachelard aux mathématiques produite par le logicien Martin⁷⁰ dont la critique par Charles Alunni⁷¹ est indispensable. La faute dans l'analyse de Martin, c'est le point de vue, qui est tout logiciste et formaliste, de considérer la mathématique en dehors de la question de l'acte qui la produit ; quand Bachelard écrit : « Les artifices logiques ne visent qu'à disséquer une pensée immobilisée, une pensée déjà recensée, telle que nous la livre la mémoire. Mais dans son essor premier toute proposition a des prétentions à la découverte »⁷², Martin ne peut supporter la première phrase, et ne peut donc entendre la seconde et son souci de l'imprévu. À Martin manque la notion que le mouvement de la pensée se loge dans le discontinu de ses moments de ruptures avec ses garanties, que l'exercice formel des substitutions logiquement listées est, du point de vue de la pensée, immobile, quoique que cela demande du temps. Ainsi, en logique Roger Martin fort de sa rigueur positive manquerait l'acte mathématique d'invention de la logique elle-même, lequel fait pourtant bel et bien partie du développement de la raison ; Gaston Bachelard au contraire ne s'intéresserait, en logique, qu'à cet acte, essentiellement.

Il n'y a que ce point de vue de l'acte mathématique qui vaille pour toucher la pointe vive créatrice, pour dégager une méthode de travail mathématique basée sur l'observation de sa dialectique interne, de la fabrique de son écriture.

On pourrait considérer la pulsion comme moteur de la pulsation, de même que l'obstacle serait la cause de la rupture, et voir dans la rupture comme un envers de la pulsation.

Donc dans *La pulsation mathématique*⁷³ j'en viens à Bachelard et son obstacle épistémologique, citant *La formation de l'esprit scientifique*, insistant sur « la nécessité

⁶⁹ BACHELARD, *ibid.*, pp. 181-182.

⁷⁰ MARTIN, 1974.

⁷¹ ALUNNI, « Gaston Bachelard face aux mathématiques », dans ce volume.

⁷² BACHELARD, 1981 pp. 20-21.

⁷³ GUITART, 1999, pp. 252, 296, 300, 298, 303.

fonctionnelle des lenteurs et des troubles », jusqu'à un « repentir intellectuel » sur un passé d'erreurs⁷⁴; ce qui vaut pour les sciences, mais pas pour les mathématiques, qui, pour Bachelard, ne connaissent pas de période d'erreurs⁷⁵. Nous avons donc là – avec ce distinguo bachelardien entre mathématique et sciences – une véritable difficulté : la mathématique est-elle ou non pour lui une science, à ses « objets » peut-on appliquer les considérations de Bachelard sur les « objets » scientifiques ? Je décide donc de répondre « oui » ici, du moins si l'on envisage la question du point de vue spécial de la primauté de l'acte.

Je relève aussi la question de l'instabilité créatrice pour le scientifique, que Bachelard pointe : « tracer nettement une frontière, c'est déjà la dépasser »⁷⁶. C'est cette dimension de repentir, qui fait retour, et de décision d'écrire qui s'auto-dépasse, soit d'un va-et-vient, qui dans l'analyse bachelardienne de l'invention scientifique, m'importe. D'autant plus que Bachelard en construit le récit de façon pulsative ou oscillante, en hésitations et retours entre les mots, qui dessine sa dialectique entre penser et rêver.

Je prends ce va-et-vient bachelardien comme une explication possible en amont de l'acte pulsatif. Mais bien sûr cela ne tient sérieusement qu'à considérer la mathématique comme une science, et de pouvoir le faire avec Bachelard.

5.6. Modélisations provisoires : géométrie, algèbre, diagrammatique

Dans la géométrie seule réside déjà le caractère pulsatif du voir et du dire, pour construire l'espace qui n'est pas donné ; et de plus il y a — que l'on peut rapprocher de ce que Bachelard désigne comme le « dédoublement de la personnalité géométrique » — la possibilité de variation virtuelle entre les divers groupes possibles pour déterminer la géométrie. Le choix de l'un des groupes est comme la fixation d'une axiomatisation de l'espace, mais l'espace dans son absolu sera désormais pensé par le géomètre comme le système de toutes ces axiomatisations. Le sujet d'étude du géomètre est devenu double : les G -géométries, avec G un groupe indéterminé, d'une part ; et d'autre part les espaces topologiques plus ou moins structurés ; aujourd'hui deux unifications sont produites des topologies (le local et le continu) et des G -ensembles (les transformations et modifications globales) qui sont la notion d'espace fibré introduite par Ehresmann et la notion de topos introduite par Grothendieck.

De surcroît, l'axiomatisation du géométrique, par le choix d'un groupe ou autrement, est comme un effacement du visuel, un aveuglement, un pas qui nous sort du lieu de maîtrise par le regard, un moment pulsatif s'il en est⁷⁷ qui produit un modèle algébrique. Et à l'envers, partant d'une situation algébrique, une modélisation pourra en être la construction d'un espace de configuration associé aux opérateurs de l'algèbre en question, la donnant à voir, au détriment de sa manipulation.

En fait entre l'algèbre et la géométrie il y a un va-et-vient nécessaire, une dualité d'écritures, et on peut considérer même que c'est entre trois termes : figure, lettre, et preuve, qu'un perpétuel bougé est nécessaire à l'élaboration mathématique⁷⁸; de là s'initie en toute généralité – et pas seulement au départ du géométrique – une pulsation

⁷⁴ BACHELARD, 1967⁵, pp. 13-14.

⁷⁵ BACHELARD, *ibid.*, p. 22.

⁷⁶ BACHELARD [1934], 2002², 69-76, p. 71.

⁷⁷ GUITART, 2000, 793-812., p. 796.

⁷⁸ GUITART, 2013, pp. 141-156. & 2011, pp. 147-171.

du voir et du dire dans l'imaginaire du mathématicien au travail⁷⁹. Tout au contraire de ce que croit Martin, Bachelard ne manque pas d'intérêt pour les axiomatisations : simplement il les comprend toujours comme des possibles, produits de manière contingente, en raison de constructions de la culture, et donc provisoires. Mais, me semble-t-il, il ne méconnaît pas la nécessité d'en passer par un tel travail d'écriture, qui est comme l'épuration d'un état des lieux.

Mais la synthèse pratique entre algèbre et géométrie, que laissait entrevoir des notions comme celle de fibré et celle de représentation, est de fait réalisée pleinement avec le travail diagrammatique dans les catégories, lesquelles sont aussi bien des espaces que des algèbres, et les diagrammes du catégoricien sont l'outil le plus adéquat pour faire état du travail pulsatif, et, en même temps, pour le réaliser. Dans la suite ici j'insisterai sur cette ressource comme modèle de la sémosis.

Chez Bachelard sont très liées les deux questions de groupe et de diagramme, aussi bien pour l'activité scientifique que pour l'activité poétique (voir en 7.2.) au nœud de l'inventivité et du style ; si bien que puisque ce sont deux cas de catégories, on prolonge l'intention de Bachelard par une mise en scène catégoricienne du geste inventif. Ce qui se soutient aussi par l'intérêt de Bachelard pour la Physique mathématique, la fonctionnalité, les espaces fonctionnels, lesquels sont aussi sur le chemin de l'invention des catégories.

6. Pulsation : bisociation, vitesse et musement

Maintenant je veux apporter quelques précisions qui devraient permettre d'engager une lecture plus approfondie du rapport de Gaston Bachelard aux mathématiques, au titre de la pulsation mathématique – sur laquelle j'ai commencé des indications aux paragraphes 3 à 5, avant de poursuivre (à partir de 7.1). J'ai déjà évoqué en 5.5. la question de savoir si les objets mathématiques sont, chez Bachelard, des objets scientifiques, et décidé de faire comme si. En bref les objets de la physique sont des objets mathématiques qui sont des diagrammes.

Et je vais aussi à l'instant offrir un *élargissement nécessaire de la pulsation*.

A partir de la « pulsation mathématique » je dois préciser l'idée plus large d'une pulsation scientifique, d'une pulsation philosophique, etc., et systématiquement la pulsation entre raison et imagination – en décidant que cette imagination « folle du logis » est aussi dans la raison, est partie prenante de l'entendement agissant – dans l'acte de pensée qui cherche à découvrir et invente ; on dirait de façon bachelardienne un peu cryptique qu'il s'agit de construire la pulsation comme exstance (4.2.) d'un point d'ombre (7.1). Ce n'est pas évident, parce que, expressément, et c'est cette précision qui en faisait la pertinence et la force, la pulsation mathématique était livrée comme notion – et certainement pas comme concept – aux fins d'instruction en mathématiques, d'une instruction à la création mathématique et au plaisir subséquent de penser le calcul et son temps. C'est maintenant comme *centre de tout geste d'invention* – en tension créatrice avec un jeu imitatif – que j'étendrai le sens de la pulsation, initialement centre du seul geste d'invention mathématique.

⁷⁹ GUITART, 2006.

6.1. Bisociation, s'y mettre, en vitesse, dialectiquement

Dans le départ du geste d'invention proprement dit réside son principe actif pour le sujet : le fait de *s'y mettre*, et là est le jet fondamental dont s'origine sa pulsation, sa fonction, l'évènement de sa mise en route. Évidemment on ne confondra pas avec ce qui s'ensuit, à savoir que ce à quoi on se met se poursuit dialectiquement, dans l'indéterminé ouvert, véhicule vivant, et qu'enfin cela met en place un réseau de circulations. Initier, poursuivre, ouvrir ; ce qui, successivement, demande : le hors-sens, la dynamique, la multiplicité, l'ambiguïté, l'équivoque, l'errance, le diagramme. Et ce qui, dans le temps qui s'achève au départ du geste, suppose la volonté de non-volonté ou du moins de non-maîtrise, la prise de risque inconsciente.

L'abréviation est l'occasion d'une bifurcation nécessaire à la créativité. Ce qui correspond à l'*acte bisociatif* dans la conception d'Arthur Koestler⁸⁰. Dans le cheminement dans un plan déterminé il arrive qu'en atteignant une droite on y trouve le passage d'un second plan, de sorte que la signification puisse se poursuivre ensuite simultanément dans les deux plans, de façon bisociative. La non-univocité du sens est le ressort dont pulse l'invention, avant de se fixer. Pour inventer il faut admettre d'ainsi passer dans l'équivocité et la non-fonctionnalité. Aussi bien dirais-je, inventer demande d'éprouver, et partant de faire une preuve, il s'agit de considérer toujours une preuve comme un chemin, à inventer, dans un espace relationnel encore en construction, où l'on a à frayer un passage fonctionnel, ce qui suppose a priori de la multiplicité, de l'équivoque, et là un choix électif.

Le moment pulsatif peut aussi être identifié comme dérapage (in)contrôlé dans la raison, quand, quittant telle *raison méthodique*, tenue dans les limites d'une méthode qui réussit, la raison spéculative⁸¹ va pénétrer les raisons générales au-delà des raisons limitées, au-delà de toute méthode, et que pourtant, dans l'après-coup, on comprend que la raison spéculative elle-même est soumise à une méthode régulière, comme par l'effet d'une immanence dans la raison de la transcendance. Alfred Whitehead dit que « le secret des Grecs a consisté à savoir comment on peut être limité par une méthode, tout en la transcendant ».

Bachelard, en plaçant le geste d'invention au départ d'une histoire et d'une philosophie des sciences, rencontre sans cesse ces déterminations, et notamment les deux dernières évoquées, de la non-fonctionnalité à dépasser, de la transcendance immanente de la raison à laisser faire. En voici deux autres immédiatement, elles aussi sur le chemin de Bachelard : impulsion, agression. Dans son *Lautréamont* l'invention est mise au compte de l'agression animale comme prise du temps. Le geste d'invention radical serait geste d'agression, de violence immédiate, ce dont la preuve en poésie serait la vitesse poétique, et en mathématique ceci dont un jour me parlait Mac Lane : en mathématique on pense « plus vite ». Mais qui est pressé, ou bien qu'est-ce qui presse donc dans l'invention ?

Ce qui dans ce fil s'ajoute d'abord au « s'y mettre » comme injonction pédagogique initiale de la pulsation, c'est le principe *dialectique* dont tout geste tient sa vitalité. Le réel est mouvement. Comme me le signale Georges Monti, on trouve chez Hegel une référence explicite à la pulsation, qu'indique Ruy Fausto : « l'objet en tant que totalité

⁸⁰ KOESTLER [1964], 2011.

⁸¹ WHITEHEAD, 2007, p. 146-147.

doit être lui-même un mouvement [...] tout en étant, pour autant, dans un sens un mouvement immobile [...] “pulsation” »⁸². Notamment Fausto cite de Hegel : « Les termes variés (*Mannigfaltigen*), poussés au point extrême de la contradiction, deviennent seulement alors, mobiles et vivants l'un en regard de l'autre, et reçoivent en elle la négativité, laquelle est la *pulsation* (*Pulsation*) immanente de l'auto-mouvement et de la vitalité ». On trouve chez Fausto ceci, très bachelardien : « la “pulsation” du système est ce mouvement qui va de la fluidité à la cristallisation et vice versa »⁸³, que je rapproche de ceci de Théodor Adorno parlant de la lecture de Hegel : « Il faut à chaque instant prendre en considération deux maximes en apparence incompatibles : celle d'une immersion minutieuse et celle de la distance libre »⁸⁴ : je dirais volontiers cela de l'acte pulsatif en mathématique, et probablement Bachelard ferait de même pour le moment inventif en sciences : et j'ajoute donc ce trait à l'idée étendue de pulsation.

Philippe Soual⁸⁵ écrit : « La chose [...] elle revient dans son soi en se repoussant de soi [...] sa pulsation » et il cite de Hegel : la contradiction est « le principe de tout auto-mouvement » et celui-ci est sa « présentation ». Il donne suivant Hegel l'exemple du mathématicien qui considère qu'un cercle carré est « logiquement faux » et qui pourtant traite le cercle comme un polygone rectiligne, si bien que le calcul infinitésimal sous-jacent est « la contradiction *étant-là* elle-même ». J'ai donné comme exemple de pulsation celle où le mathématicien prend comme un même objet la droite et le cercle, et cela il le construit en mouvement et paramétrisation, et recours à l'infime ou l'infini, annulation ultime de la différence. Hegel y verrait donc de la dialectique, Bachelard y mettrait j'imagine de la rupture suivie de révision, et finalement un mouvement d'élargissement du connu, et, plutôt qu'à Hegel, il renverrait pour l'analyse à la *surveillance de soi* (5.3).

6.2. Musement, dans l'ouvert, ou l'inconscient

Le non-contrôle initial c'est une déprise — volontaire ou spontanée — je l'ai nommé le hors-sens. Le non-contrôle terminal auquel on s'abandonne c'est l'ouvert, la danse nietzschéenne, l'enfantin, le zen, ou encore simplement ce que Peirce⁸⁶ appelle le *musement*, qu'il renonce explicitement à appeler rêverie, et qu'il qualifie aussi de *Jeu Pur*, qui n'admet pas de règle, hormis cette loi même de la liberté [de l'exercice libre de nos capacités], qui est sans projet, hormis la récréation.

Jean Fiset⁸⁷ rapproche cela de l'imaginaire et de la rêverie chez Bachelard⁸⁸, avec l'idée de la rêverie comme excursion dans l'ailleurs imaginaire, par déplacements et métaphores, faisant rupture avec le contexte. On touche là aussi à l'inconscient, à l'anima/animus jungien, ce que Bachelard indique clairement par la citation de Jules Laforgue en exergue de son introduction : « Méthode, Méthode, que me veux-tu ? Tu sais bien que j'ai mangé du fruit de l'inconscient ».

7. Diagrammes et modélisations : points équivoques

⁸² FAUSTO, 1997, pp. 34-35.

⁸³ FAUSTO, *ibid.*, p. 61.

⁸⁴ ADORNO, 2003, p. 94.

⁸⁵ SOUAL, 2000, p. 345, ici p. 340, p. 341.

⁸⁶ PEIRCE [1908], in DELEDALLE, 1990, pp. 172-192.

⁸⁷ FISSETTE, 1995, pp. 33-57, par.7

⁸⁸ BACHELARD, 1960.

7.1. Poursuite de Bachelard : rectification, point d'ombre

L'épistémologie mathématique, non-cartésienne (voir en 4.1.), n'est plus prioritairement en charge des contenus des théories, mais vise la tenue dialectique des mouvements inductifs des gestes d'invention eux-mêmes, et le discontinuum de leur histoire. Une histoire en un sens hégélienne, parallèle à ce que Hegel détermine comme l'histoire universelle⁸⁹ : « la présentation de l'Esprit dans son effort pour acquérir le *savoir* de ce qu'il est *en soi* [...] La substance de l'Esprit est la liberté. [...] elle est atteinte [comme but] par la liberté de chacun ». Une histoire qui en science sera donc de la liberté d'invention, de la divagation contingente interne à la raison et qui lui est nécessaire. Parce que « son activité [à l'Esprit] consiste à sortir de l'immédiateté, à la nier et à revenir ainsi en soi ». Dans le travail d'établissement de la connaissance rationnelle, l'histoire sera donc celle de l'invention des gestes de sortie de la propre maîtrise et du contrôle, d'abandon à l'insensé. Une histoire d'un *art* de la raison.

Vincent Bontems souligne⁹⁰ que pour Bachelard l'esprit est foncièrement dynamique, qu'il y a deux dynamiques, celle de la raison et du progrès des connaissances, celle de l'imagination qui entraîne l'esprit à la divagation : raisonner et imaginer, la science et la poésie. Il cite Bachelard : « Les axes de la poésie et de la science sont d'abord inverses. Tout ce que peut espérer la philosophie, c'est rendre la poésie [expansive] et la science [taciturne] complémentaires, de les unir comme deux contraires bien faits »⁹¹. De fait, comme l'écrit Jean Hyppolite « G. Bachelard a élaboré une philosophie de la créativité humaine, de la volonté du Logos donneur de sens, dans une double perspective, la perspective de la science et celle de la poésie »⁹² : j'entends que raison et imagination, quoique constituant au dire même de Bachelard, deux régions distinctes de son activité, sont un seul doublet, deux faces d'un même « projet d'ouverture intégral » (comme dit Jean Hyppolite). Je prends ici le mot « doublet » dans son sens physique, en électricité et magnétisme, d'un système de deux charges égales et opposées infiniment proches ; pour exprimer que les actions de ces deux faces se combinent pour produire un nouveau type de potentialités de pensées.

Je souligne donc à la manière de Hegel : la liaison entre raison et imagination est à considérer dialectiquement (ce à quoi bien probablement Bachelard ne souscrirait pas : mais c'est le prix à payer pour soutenir la liaison avec Fichte, Schelling et Hegel, qui importe, car c'est bien eux qui ainsi ont promu la pensée de l'acte et la pensée comme acte), une part de l'imagination devant s'investir dans la raison même, comme la déliaison dans la liaison, et la raison suppose qu'elle se déborde elle-même de ce côté, en toute méconnaissance de cause, en acte. C'est au point de scepticisme où l'esprit taciturne bascule dans l'esprit expansif que je situerais la conscience de la pulsation mathématique.

Evelyne Barbin⁹³ relève, dans un paragraphe intitulé « “Rectification” et “rupture” : une approche mobile », une proximité entre la pulsation mathématique et ceci de Bachelard : « Ainsi, pour qu'il y ait connaissance, il faut, entre les deux pôles : connu et connaissant, une union progressive affermie sur des repères intermédiaires. [...] Pour

⁸⁹ HEGEL [1830], 1965, chapitre II, p. 83 et p. 78.

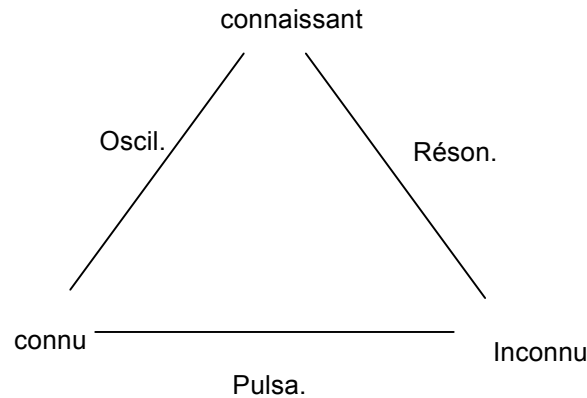
⁹⁰ BONTEMS, 2010, 25-42, p. 25.

⁹¹ BACHELARD [1938], 1949, p. 10.

⁹² HYPPOLITE, 1954, p. 85-96, cité par MARGOLIN, 1974, p. 93.

⁹³ BARBIN, 2012.

prendre une vue aussi riche que possible nous devons nous maintenir au centre de son oscillation »⁹⁴. Je propose de considérer que cette oscillation entre connu et connaissant répondrait en quelque sorte de la pulsation entre connu et inconnu (voire entre connu et connu [sic] — cf. la « ligne de Frazer ») d'une résonance aussi entre connaissant et inconnu :



Il s'agit d'entendre que l'être mathématique nécessaire au cours de la recherche advient dans la contingence d'une pulsation, et que de ceci Bachelard a la notion, me semble-t-il, quand il voit l'être mathématique comme un *point d'ombre* à la croisée de la lumière de deux domaines étrangers, comme un symbole de leur résistance réciproque⁹⁵. J'entends que pour Bachelard ce point d'ombre entre en scène dans le travail de la pensée mathématique en son moment rectificatif : « Comment ne serait-on pas frappé de l'allure rectificative d'une pensée » conclut Bachelard à la fin de sa thèse⁹⁶. Et on le sait, c'est de là, de ce fait de pratique scientifique qu'une philosophie de la science doit s'élaborer pour Bachelard ; la pratique scientifique (et notamment son geste de rupture et de rectification) précèdera la philosophie de la science.

Il est question ici d'approfondir dans le cas du travail mathématique le rapport entre la rectification, le point d'ombre et la pulsation.

7.2. L'inventé est un diagramme de forme, une coordination

Revenons un moment sur ce que je disais de la question psychologique chez Bachelard dans la section 5.4 : une « psychologie » de l'invention en science et en poésie, suivant une dialectique qui met en tension la contradiction de ces deux registres tous deux nécessaire à la rationalité. Soit. Mais Bachelard précise considérablement le schème de sa psychologie quand il donne une forme semblable à un poème et à un objet mathématique tel que l'espace projectif. C'est dans le *Lautréamont*⁹⁷, comme le relève Charles Alunni⁹⁸, qu'il écrit : « Quand on a médité sur la liberté des métaphores et sur leurs limites, on s'aperçoit que certaines images poétiques se *projetent* les unes sur les autres, avec certitude et exactitude, ce qui revient à dire qu'en poésie projective elles ne sont qu'une seule et même image [...] La déformation des images doit alors désigner de manière strictement mathématique le *groupe* des métaphores ». Et Alunni cite aussi⁹⁹ :

⁹⁴ BACHELARD, 1981, p. 260.

⁹⁵ BACHELARD, *ibid.*, p. 296.

⁹⁶ BACHELARD, *ibid.*, p. 300.

⁹⁷ BACHELARD [1940], 1995, pp. 54-55.

⁹⁸ ALUNNI & BRIAN, 2001, 147-183, p. 161-162.

⁹⁹ BACHELARD [1938], 1949, p. 186.

« Un esprit poétique est purement et simplement une syntaxe de métaphores [...] un *diagramme poétique* [...] doit trouver le moyen d'intégrer les hésitations, les ambiguïtés, qui, seules, peuvent nous libérer du réalisme ».

Il s'agit donc de considérer que d'un texte poétique ou mathématique, la structure qui détermine la forme accessible à la critique de ce qui est inventé est celle d'une variété au sens topologico-géométrique, ou, pour mieux dire, celle de la « forme » d'un objet, au sens de cette notion en théorie des catégories aujourd'hui. Si donc Bachelard nous propose de mettre en tension le poème et le mathème, nous pouvons comprendre que c'est au point crucial de l'invention, du fait qu'à ses yeux ce qui s'invente est toujours la même chose, à savoir, dirais-je, un diagramme de forme au lieu d'un point.

Si je résume sommairement à ma façon : la pulsation c'est quand un point A est explosé en un diagramme dans B', et/ou un diagramme B abrégé en a, nom d'un point A :

$$B \rightarrow a = A \rightarrow P(B')$$

La pulsation est donc un moment inductif ou s'ouvre et s'écrit la possibilité de nouvelle coordination, c'est de la re-coordination implicite, cela invente de la coordination, induit une structure de fibre sur un point.

On en trouve un bel exemple dans Bachelard¹⁰⁰ : « Nous avons montré ailleurs comment un Lamé lisait sur la surface sphérique certaines propriétés de l'ellipsoïde, nous avons indiqué par quel effort d'induction, il retrouvait dans la surface symétrique le jeu différencié des variables accidentellement égalisées ».

7.3. Déploiement de l'équivoque, sur la clarté opératoire

Comme le propose Charles Alunni¹⁰¹, une clé pour la pulsation mathématique est ceci de Hegel : « chaque étape nouvelle de l'aller-hors-de-soi, c'est-à-dire de détermination ultérieure, est aussi un aller-dans-soi »¹⁰². Disons en réplique que dans la pulsation mathématique se situe en effet la suspension de détermination, ou bien l'équivoque d'une détermination ultérieure qui sera peut-être la même ou peut-être une autre, et pourtant toujours détermination du même signe. La pulsation ainsi entendue vaut pour la vie sceptique, si l'on entend ceci : « la vie est une union entre la liaison et la non-liaison »¹⁰³, et si on va le lire sur la liberté de l'auto-conscience¹⁰⁴.

Je pose que cette équivoque, que la pulsation accueille, sera a posteriori déterminable par un calcul, qui représentera le sens du moment pulsatif, en toute clarté opératoire. En entendant ce terme avec Bachelard qui écrit : « elle [la science contemporaine] substitue à la clarté en soi une sorte de clarté opératoire »¹⁰⁵. C'est pourquoi je ne saurais souscrire à cet énoncé de Gilles Châtelet : « il y a une espèce de pudibonderie de la clarté opératoire ; elle s'efforce toujours de voiler le geste qui découpe une forme d'articulation »¹⁰⁶. La pudibonderie n'est pas dans la nature propre de la clarté opératoire, mais dans la confusion de conscience de qui naïvement s'en sert comme

¹⁰⁰ BACHELARD, 1929, p. 9.

¹⁰¹ ALUNNI, 2010, pp. 9-67, p. 30.

¹⁰² HEGEL, 1981, p. 388.

¹⁰³ HEGEL, 1997, p. 39.

¹⁰⁴ JARCZYK & LABARRIÈRE, 1989, p. 37.

¹⁰⁵ BACHELARD, 1971, p. 148.

¹⁰⁶ CHÂTELET, 1993, p. 29.

d'une béquille ; en revanche la clarté mathématique est toujours *in fine* opératoire (algébrique) et peut se dire, alors que la clarté géométrique ne vaut que comme semblant pour l'imagination spatiale, et s'introduit comme un moment de confusion entre l'intuition géométrique et la manipulation mentale de cette intuition. La clarté opératoire est le point d'appui nécessaire à la pulsation mathématique, parce que ce n'est qu'à son titre (avec elle et pour elle) que l'on peut, sceptiquement, penser en termes de modélisations qui pourraient changer, dans des cadres changeants, par jeu entre des lettres obscures. Je rappelle qu'elle n'est autre que la conscience claire du moment de fonctionnalisation du jeu relationnel, du processus de sélection (ce qui au contraire de toute pudibonderie est plutôt, de la part du sujet mathématicien, un geste d'exhibition !).

7.4. La Virtualité, les métaphores

L'analyse de l'émergence du nouveau dans le travail mathématique suppose un fond de signes où les gestes mathématiques se détachent comme formes dont nous avons alors connaissance ; ce fond est aussi bien le lieu intellectuel des virtualités de gestes mathématiques, et c'est là que la pulsation mathématique s'exerce, dans l'interschématique ; je le nommerais *la Virtualité*. Pour ma part, à partir de ma pratique mathématicienne de catégoricien, je peuple ce lieu d'objets (provisoire), de flèches (transitoires), de foncteurs, de catégories, de structures. Quant à Gilles Châtelet, qui pensait à partir d'une expérience mathématicienne de spécialiste en topologie différentielle il peuplait ce lieu de points, de lignes, nœuds, surfaces, membranes, etc. L'essentiel est qu'en la Virtualité un jeu de métaphore ou l'autre permette de pratiquer l'écriture et la lecture des mouvements, du changement, et par là donne une vitesse [i.e. une variation de différences] à notre imagination. Comme l'exprime remarquablement Natacha Michel¹⁰⁷, la métaphore est « la chiquenaude qui met l'âme en branle, la fait rouler et la pousse à ne jamais s'arrêter. A notre être intérieur elle donne une vitesse », elle « s'élargit en nous ». C'est cette « fonction » de la métaphore que je vise avec la notion de pulsation mathématique (il s'agirait d'apprendre aux élèves à devenir de bon métaphoriciens en mathématique, et au moins à avoir la notion de la métaphoricité effective du travail mathématique (et ce contre le formalisme, et contre le logicisme) : pour faire des mathématiques, il faut, paradoxalement, « un va-et-vient permanent entre sens et non-sens, entre maîtrise et abandon, ce qui relève d'une profonde ironie vis-à-vis de l'égalité et de l'identité »¹⁰⁸. On reviendra sur ce qu'avec Bachelard et Alunni j'avançais dans la section 7.2. sur le groupe des métaphores et la constitution de l'inventé comme diagramme.

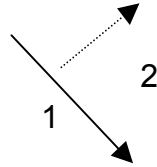
Le point de vue géométrique classique est très bien adapté à la mise en scène directe des métaphores associables aux placements, attractions et rencontres de nos corps, et partant à la physique classique. Et le point de vue catégoricien est supérieur pour « installer » une semiosis générale — et notamment on peut tout à fait y réécrire et y re-lire les intuitions géométriques et topologiques, et aussi en sus les gestes de calculs, l'analyse de l'équivoque en mathématique ; s'y installe une géométrie-calcul générale de la différence [théorie catégoricienne des diagrammes]. Le point-clé est que *la flèche est le signe d'un signe*, l'indice qu'il y a un signe faisant une différence spécifique (entre deux autres signes), soit le signe de la différence dialectique elle-même ; ce que je mets en scène dans les notions d'*autographe* et d'*autocatégorie*¹⁰⁹ ; ainsi un développement

¹⁰⁷ MICHEL, 1993, p. 5.

¹⁰⁸ GUITART, 1999, quatrième de couverture.

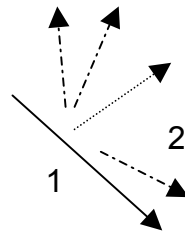
¹⁰⁹ GUITART, 2012, pp. 133-147.

proprement mathématique d'une « théorie des catégories sans objets » est amorcé¹¹⁰. Avec ces notions, et l'unique souci du « fléchage » sans objets, on gagne que la transversalité qui crée les dimensions est ipso facto à disposition, précisant dans la configuration élémentaire de « bascule » d'une direction 1 (connue et parcourue) vers une direction transverse 2 (inconnue, où l'on va s'engager):



On reconnaîtra ici le geste « à la Grasmann » de mouvement transverse qui crée une nouvelle dimension, que Gilles Châtelet a bien mis en valeur¹¹¹; et de fait, dans le travail avec les autographes, il apparaît bien que le niveau dimensionnel de la flèche 1, source de la flèche 2, doit être 1 de moins : $\dim(\text{« 1 »}) = \dim(\text{« 2 »}) - 1$, de sorte que la flèche « 1 » est « au bord » de la flèche « 2 ».

Alors une figure de la pulsation effectuée serait celle d'un choix fait dans un ouvert de possibilités (ouvert qui paradoxalement ne se détermine qu'une fois le choix fait), pour la création de la flèche 2, comme ceci :



La disparition de l'objet ici orchestrée vaut à mes yeux pour la mise en place du *surobjet* bachelardien, pour « non-image » donc, pour exhibition du seul système des critiques (transformations) en lieu et place des objets; les « objets » seront ensuite construits comme suobjets générés dans et par le fléchage. Dans une catégorie les « objets » ne sont déjà plus qu'abstraits, ne valant que comme points ordinaires sans contenu au croisement du réseau des morphismes; un contenu ou espace intérieur se retrouve pour l'objet B de la catégorie \underline{B} dès qu'un foncteur $P: \underline{E} \rightarrow \underline{B}$ est fourni, ce contenu étant $P^{-1}(B)$ la fibre de B, ou – mieux que la fibre – la localisation P/B de P - B la P-forme de B. Le contenu « est » la forme !

Alors, qu'il s'agisse, au point de la conscience de l'acte, de transversalité ou de paradoxalité, de points et lignes ou d'objets et flèches, les enjeux de déséquilibre se retrouvent au moment de décision des manipulations de diagrammes. Le point-clé est le moment où l'on baptise un diagramme, et où l'on en fait un objet mathématique frais [à la suite d'une preuve — soit un hyper-diagramme en mouvement — ou plus largement d'un geste qui génère du bouger dans des diagrammes], ce qui revient à dire et gérer des rapports de lieux. C'est là, comme au revers de la vérité (qui est de l'adéquation entre deux mondes) que du sens s'exhibe, comme circulation d'un monde à un autre, comme

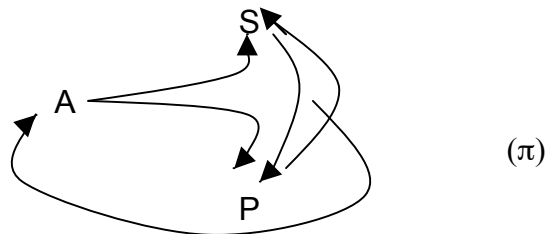
¹¹⁰ GUITART, I, 2014, 66-80 & II, 2014, 151-160.

¹¹¹ CHÂTELET, 1993.

mobile impossible. Impossible au titre du fonctionnement réputé d'une structure donnée dans une culture donnée.

7.5. Diagramme, lettre, abréviation, bifurcation

La limitation chez Châtelet aux diagrammes dessinés, de points traits et surfaces, est justement récusée par Alunni, qui préconise de remonter, en deçà de la « pure figuration géométrique – à la lettre prise dans l'économie discursive de la formule »¹¹² ; voir aussi sa thèse¹¹³. Il importe de comprendre là qu'il s'agit du contraire de la posture formaliste, où, dans son départ, toute lettre est juste une place d'inconnue, le nom d'une opération sans sémantique. Ici nous serions plutôt du côté de la *méthode des notations abrégées*, comme elle fut introduite et développée par Lamé, puis Bobillier, puis Plücker, puis poursuivie dans le calcul symbolique de Boole, le calcul des ombres de Sylvester, etc. Chaque lettre est déjà engrossée de sa situation, de ses relations effectives aux autres, en attente de virtualités à déployer. J'ai exposé en 2000¹¹⁴ comment la lettre engrossée est un acte d'écriture, et une abréviation, et comment *l'abréviation métamorphose l'équivoque*. On dispose, partant de la capacité d'une lettre, d'un point de *bifurcation*



d'où la pulsation commence son court-circuit dialectique, au départ de la bifurcation vers le connu stable S fermé et discret ou vers le savoir-faire-pulsatif P ouvert et continu qui s'ouvre en son point d'absorption A, suivant le schéma (π)¹¹⁵.

Dans le cadre ici de cet examen de Bachelard (dont Alunni rappelle, nous l'avons déjà dit, qu'en mathématique, il est plus algébriste que géomètre), il importe d'admettre la lettre – et en particulier *la lettre algébrique* – les lettres obscures comme les claires, au rang des diagrammes, pour pouvoir y voir opérer en terme de transversalités et pulsations les commentaires de Bachelard sur l'invention mathématique. Dans *La pulsation mathématique*¹¹⁶ on trouvera toutes sortes d'exemples de pulsations, à propos de toutes sortes de diagrammes : figures de géométrie, équations, transformations, lettres, chiffres, etc. On remarque, centrale, la pulsation nécessaire dans la conception du point¹¹⁷.

7.6. Sous la structure pulsent des jeux de flèches

¹¹² ALUNNI, 2010, p. 46.

¹¹³ ALUNNI, Thèse, *Scuola normale superiore* de Pise, 1979.

¹¹⁴ GUITART, 2000, p. 163.

¹¹⁵ GUITART, 1999, p. 75.

¹¹⁶ GUITART, *ibid.*

¹¹⁷ GUITART, « De la pulsation nécessaire dans la conception du point », disponible sur le web à : rene.guitart.pagesperso-orange.fr.

Il faut insister sur le caractère « universel » de la structure de catégorie. Soit donc X un objet mathématique complexe, d'un type τ . Aussi complexe et varié que soit τ , dès lors que l'on considère X comme un objet (un point) dans la catégorie $\text{Mod}(\tau)$ des modèles de τ , alors la connaissance nécessaire (et presque suffisante) de X est sa connaissance fonctionnelle, soit sa forme $\text{Mod}(\tau)/X$ qui est la catégorie dont les objets sont les morphismes $m : Z \rightarrow X$ dans $\text{Mod}(\tau)$ de but X , et les morphismes de m vers m' les $f : Z \rightarrow Z'$ tels que $m'.f = m$. Le mouvement de pensée

$$X \rightarrow (X, \tau) \rightarrow .X \rightarrow \text{Mod}(\tau)/X$$

pulse en inventant le cadre τ où X vit, abrège la donnée singulière X en un point $.X$ et la redéploie « sur » une catégorie qui est sa forme ; par ce biais tout se passe comme si, au niveau des manipulations effectives, les seules données à manipuler étaient ces jeux de flèches que sont des catégories. Que X soit une géométrie ou un espace, ou un groupe, ou une structure d'algèbre de Lie, etc., *in fine* on arrivera à sa représentation catégoricienne en réseau de flèches.

Partant de là, tous les diagrammes (les relations, les équations, les graphiques, les figures, les suites exactes, les démonstrations, etc.), sont *in fine* réductibles à des diagrammes commutatifs de flèches, de signes donc. Cette réduction construit comme un support sous X , et entre les supports les échanges sont possibles. Ainsi si X est de type τ et W de type σ , alors des « comparaisons » sont possibles par des foncteurs $\text{Mod}(\tau)/X \rightarrow \text{Mod}(\sigma)/W$. On finirait par renverser le point de vue, et la structure X de type τ deviendrait une présentation possible de la catégorie $\underline{F} = \text{Mod}(\tau)/X$.

8. Diagrammes et modélisations : le schème

8.1. La forme intellectuelle précède l'objet empirique

L'objet empirique est un trompe-l'œil. L'objet a disparu, devenu simple carrefour, point d'ombre, abréviation, nom, lettre, etc., objet tout « abstrait » dans une catégorie : et cette disparition est un fait dans la mathématique du XX^{ème} siècle, qui se trouve répondre précisément de la conception de la science de Bachelard, pour qui il n'y a pas d'objet donnés, mais il y a des sur-objets construits. Je considérerai que la construction des sur-objets est assez fidèlement rendue par l'élaboration en théorie des catégories de la forme (des objets, au sens de ce terme « objet » en théorie des catégories) ; la possibilité de formes pensées reconnues dans l'objet naïf qui leurre, conduit au sur-objet échafaudé. Connaître un X c'est découvrir ou inventer une forme $\text{Mod}(\tau)/X$; acte de représentation donc. Voilà où se niche la créativité, dont le déploiement sera d'un moment pulsatif, dans un déraillement des substitutions et analogies ordinaires, par le jeu des métaphores.

De ce point Bachelard donne lumineusement la notion quand il écrit sur le rôle de l'expérience : « L'expérience n'a plus pour rôle que de mesurer nos actes déployés, et les divergences qu'elle peut déceler ne saurait entamer le cristal de nos gestes, pur et coordonné, livré *a priori* par notre volonté »¹¹⁸.

La vraie question pour Bachelard dès sa thèse complémentaire¹¹⁹ est bien : comment la réalité peut-elle être analysée par la raison ? Et donc, comment, depuis le XVIII^{ème}

¹¹⁸ BACHELARD, 1929, p. 254.

¹¹⁹ BACHELARD, 1927.

siècle assistons-nous à un développement parallèle des mathématiques et de l'expérience, sur une scène où « la pensée scientifique vit de rapports » ? La raison mathématique et ses objets sont en nécessaire en amont de nos sensations : nous ne pouvons expliquer le monde à partir de nos sensations, mais à partir des raisons mathématiques que nous y incorporons ; il ne s'agit pas d'un monde de perceptions où nous tenterions d'« appliquer » nos schèmes mathématiques, mais à l'envers d'un système de relations mathématiques d'où s'invente des possibilité d'objets, où les jeux perceptifs trouvent à se nommer, qu'après coup nous trouverons ou pas dans la réalité : de fait la réalité, ainsi, est construite de pensées mathématiciennes.

Jean-Claude Margolin cite de Bachelard ceci, à propos de Fourier : « lorsque Fourier parle fluide, il faut lui laisser le bénéfice de son affirmation : il pense équation »¹²⁰ ; et Margolin ajoute : « pour sa part, Bachelard préférerait une formulation du type « la lumière est un cosinus » »¹²¹. C'est-à-dire que parler de fluide ou de vibration est, au yeux de Bachelard une fausse clarté verbale, et ce qui se pense clairement et distinctement de l'objet physique est bel et bien d'abord un objet mathématique. Ainsi la « réalité » est construite de pensées mathématiciennes, et pas seulement écrite en langue mathématique. La réalité « sensuelle » trouve à se nommer dans les réseaux d'objets mathématiques, voire dans les seuls rapports. Disons que le rapport précède la sensation dont il est le nom et puis la mesure. Dans ce monde de rapports intellectuels, nous inventons l'organisation, et c'est là le point-clé de la créativité, tant scientifique que poétique, pour Bachelard.

8.2. Le schème de la pulsation, écrit d'un diagramme (*)

Par « diagramme » je veux entendre notamment, avec Gilles Châtelet¹²², un système écrit de traits : « des *traits gras* – une manière de souligner ce qui appartient au savoir acquis – et aussi des *pointillés* qui lui permettent de *se déborder lui-même*. C'est ce qui permet de forger une discipline opérative de la métaphore », d'exposer la compréhension créatrice des idées mathématiques ; disons que le diagramme ouvre les dimensions nécessaires à sa propre exposition, et que c'est le geste de cette ouverture (la virtualité qui s'indique en pointillés) qui en constitue le sens novateur, comme forme bougée *dans la Virtualité*. Charles Alunni en indique bien l'importance¹²³ pour l'exercice de la pensée (la pensée en pointillés) ; bien entendu on se reportera aussi à son document d'habilitation qu'il place sous la question ordonnatrice de l'ensemble de ses recherches : *Qu'est-ce que s'orienter diagrammatiquement dans la pensée ?*¹²⁴, question crypto-kantienne que je proposerais en quelque sorte ici de varier ainsi : *Penser mathématiquement est-il s'orienter schématiquement dans les diagrammes ?*. De cette question voici un schème en diagramme (*). Ce qui dans X vient de M fixé par K comme constantes connues, soit des données modèles connues (connues par D, dans un champ de connaissances C, correspond aux « traits gras », et la sortie qui fera suite est notée S, elle consiste à interpréter tout X dans un champ de connaissances C', et notamment ce qui y est « en pointillé' » (ce qui ne provient pas de M) tout en reprenant ce qui est connu, au fil d'une réinterprétation signifiée par R et ρ . On pense ici à S comme à un diagramme obtenu par déformation du diagramme D, déformation qui peut

¹²⁰ BACHELARD, *ibid.*, p. 58.

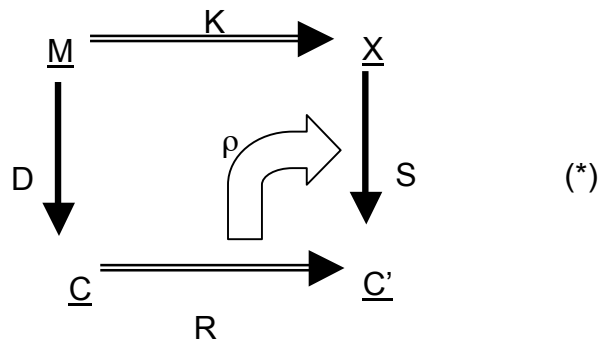
¹²¹ MARGOLIN, 1974, pp 88-89.

¹²² CHÂTELET, 2010, pp. 163-176, p. 168-169.

¹²³ ALUNNI, 2010, pp. 9-67, p. 15.

¹²⁴ ALUNNI, *Habilitation*, 2003, 134 p.

être une extension ou une contraction ou autre, mais dont surtout la découverte fait suite à un moment pulsatif, quand parmi les K puis les (S, R, ρ) possibles un parti est pris.



Nota Bene : 1. Dans le diagramme (*) ci-avant, je ne suppose pas déjà qu'il soit tracé dans la catégorie des catégories, qu'il s'agissent de catégories, foncteurs, transformations naturelles ; on peut aussi bien le lire en y voyant des espaces, applications continues et homotopies. En ce sens, avec son interprétation ainsi suspendue, il est lui-même un exemple de moment pulsatif.

2. Dans un diagramme (*) les coins M etc., sont des « objets » au sens catégorique, soit des point-carrefour (cf. le lemme de Yoneda), et partant des virtualités d'espaces diagrammatiques à déployer.

3. Un diagramme (*) lui-même est aussi une donnée abrégée en un simple objet, d'une catégorie ayant de tels diagrammes pour objets. Mais aussi on peut comprendre (*) comme une hyper-flèche (de D vers S).

4. Nous prendrons donc le diagramme (*) comme le schème du mouvement métaphorique dont se constitue « le cristal de nos gestes » dans nos expériences de pensées, d'un déplacement (de D à S) dont le niveau de réalité diagrammatique reste expressément indéterminé.

8.3. Mouvements dans l'espace des diagrammes

Je propose d'accepter que la conception du diagramme ici abordée ne soit pas incompatible avec la conception du diagramme chez Peirce, ni avec la conception technique du diagramme en théorie des catégories. Je fais l'hypothèse que les diagrammes du catégoricien sont, formellement parlant, suffisants pour ré-exprimer tous les diagrammes, et sont nécessaires pour analyser, en tout diagramme, l'enjeu des dimensions, de ce qui constitue le diagramme comme un espace en propre. De plus un tel diagramme de catégoricien « est » aussi en puissance un schème (qui existe « dans la pensée et signifie une règle de la synthèse de l'imagination [...] qui sert à déterminer notre intuition conformément à un certain concept général »¹²⁵ : ainsi sont les *schémas* d'Alexandre Grothendieck et les *esquisses* de Charles Ehresmann, les *théories algébriques* de Lawvere et celles de Bénabou, ou les *esquisses concrètes* de Guitart et Lair, ou encore mes *algèbres figuratives*, que le mathématicien, au regard de sa pratique, pense aussi comme des théories. Je propose même que tout diagramme considéré comme dispositif de signes soit simultanément pensable comme un modèle et comme une théorie.

¹²⁵ KANT, 1944, pp. 152-153.

Du travail mathématique créatif consiste en du mouvement dans l'espace des diagrammes, et son sens tient à deux aspects hétérogènes. L'un est la structure nécessaire de tel jeu diagrammatique original, et l'autre est la possibilité d'insertion de cette structure comme un fil dans la trame d'une culture (scientifique, voire mathématique), ce qui relève d'une herméneutique, d'un projet interprétatif intramathématique : dans cette culture figure donc ce qui nous permet de comprendre, l'organisation des éléments familiers reconnaissables auxquels les traits gras de nos diagrammes sont redevables. Le diagramme original doit, de plus, pour réussir à élargir la culture par l'effet de son sens, comporter en lui-même – du côté de ses pointillés – son mode d'emploi et sa critique, pour se faire intéressant, c'est-à-dire ce qui peut créer un goût nouveau pour de futurs appréciateurs, qui finiront par entretenir ses virtualités.

Le point central est que le sens ainsi requis n'est jamais celui d'un diagramme fixé, d'une structure, mais celui d'un mouvement virtuel dans l'espace des diagrammes, du mouvement du sens d'un système de traces de gestes, de flèches, et de différentielles entre ces flèches. Le sens est construit comme la modélisation même en diagrammes, au point où s'inclut dans le modèle l'acte de modéliser. C'est-à-dire que le sens « a lieu » du fait de poser le modèle, que le modèle « est » ce poser, comme le moi fichtéen est un sujet-objet qui se pose soi-même.

Il faut donc d'une part l'exercice littéral des structures, et d'autre part l'exercice interprétatif herméneutique au titre de l'histoire de la mathématique comprise comme une science rationnelle (au sens de Bachelard). Le sens se forge comme nouage de la structure avec l'histoire, entre deux fictions : des calculs, des récits. Des calculs qui ne sont pas forcément discrets et justes, des récits qui ne sont pas nécessairement à lire comme continuité. On peut appeler un tel nouage une modélisation¹²⁶, ou aussi bien la place d'un sujet mathématicien. Les mouvements dans l'espace des diagrammes sont des gestes mathématiques qui représentent tout autant un sujet « intérieur » mathématicien au travail qu'un objet « extérieur » à modéliser.

La nouveauté et l'invention auront lieu en tant que gestes, en raisons de virtualités, et se comprendront dans l'analyse des mouvements des formes, des flèches, des nœuds, des tensions, et surtout dans l'analyse des ambiguïtés (comme disait Evariste Galois) de ces gestes (qui résultent de la pulsation mathématique), analyse que j'entends comme art ou science des *différences de formes* (soit très exactement ce qu'exhibe ou pointe un trait orienté, i.e. une flèche) ou encore comme la cohomologie, aussi bien des espaces que des algèbres, en fait des jeux diagrammatiques généraux.

LISTE DES RÉFÉRENCES

ADORNO (Theodor), *Trois études sur Hegel*, Payot, 2003.

ALUNNI (Charles), *La métaphore du « Livre de la Nature » chez Galilée et Campanella*. Thèse, Scuola normale superiore di Pisa, 1979.

¹²⁶ GUITART, 2012.

ALUNNI (Charles) et BRIAN (Éric), « Specula », *Revue de synthèse*, 4e S., N° 1, janvier-mars 2001, 147-183.

ALUNNI (Ch.), *Habilitation. Document de synthèse. Tradition – Transmission – Traduction. L'action d'un foncteur universel*. Ens Paris, 15 novembre 2003, 134 p.

ALUNNI (Ch.), « Actualité », in *Vocabulaire Européen des philosophies. Dictionnaire des intraduisibles*, sous la direction de Barbara Cassin, Paris, Le Robert/Seuil, 2004, p. 144-151.

ALUNNI (Ch.), « Des enjeux du mobile à l'enchantement du virtuel – et retour », introduction à Gilles Châtelet, *L'enchantement du virtuel. Mathématique, physique, philosophie*, 2010, pp. 9-67.

ALUNNI (Ch.) « De l'écriture de la mutation à la mutation de l'écriture : de Galileo Galilei et Leonardo da Vinci au "technogramme" », in F. Nicolas (éd.), *Les mutations de l'écriture*, Publications de la Sorbonne, 2013, 123-137.

ALUNNI (Ch.), « Gaston Bachelard face aux mathématiques » (dans ce volume).

BACHELARD (Gaston), *Essai sur la connaissance approchée*. Thèse soutenue et imprimée en 1927, publiée en 1928, Vrin, 1981.

BACHELARD (G.), *Étude sur l'évolution d'un problème de physique : la propagation thermique dans les solides* (thèse complémentaire de doctorat ès-lettres), Paris, Vrin, 1927.

BACHELARD (G.), *La valeur inductive de la relativité*, Vrin, 1929.

BACHELARD (G.), « Noumène et microphysique », *Recherches philosophiques*, I, 1931-1932, p. 55-65.

BACHELARD (G.), *Le nouvel esprit scientifique* [1934], PUF, 1971.

BACHELARD (G.), « Idéalisme discursif », *Recherches philosophiques*, 1934-1935, p. 21-29, republié dans *Études*, Vrin, 1970, 2002.

BACHELARD (G.), « Critique préliminaire du concept de frontière épistémologique », *Actes du VIIIème Congrès international de philosophie*, Prague (2-7 septembre 1934), Orbis, 1936, p. 3-9, republié dans *Études*, Vrin, 1970, 2002.

BACHELARD (G.), « Le surrationalisme », in *Inquisitions, Du Surréalisme au Front Populaire*, éditions Sociales Internationales, juin 1936.

BACHELARD (G.), *La psychanalyse du feu*, Gallimard 1949 (1938).

BACHELARD (G.), *La formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective* [1938], 1967⁵, Vrin.

BACHELARD (G.), *La philosophie du non* [1940], PUF, 2012.

BACHELARD (G.), *Lautréamont* [1940], José Corti, 1995.

BACHELARD (G.), *Le rationalisme appliqué*, 2004, PUF (1949).

BACHELARD (G.), *Le matérialisme rationnel*, PUF, 1953.

BACHELARD (G.), *La poétique de la rêverie*, PUF, 1960.

BACHELARD (G.), *Études* [1970], Vrin, 2002.

BARBIN (Evelyne), *La révolution mathématique du XVII^{ème} siècle*, ellipses, 2006.

BARBIN (E.), « What is epistemology (for) ? », conférence au colloque *Artigue Conference 2012*, Paris 7, 1er juin 2012.

BAYARD (Pierre), *Le plagiat par anticipation*, Minuit, 2009.

BONTEMS (Vincent), *Bachelard*, Les belles lettres, 2010.

BONTEMS (V.), « Métaphores et analogies du mouvement. Les opérateurs dynamiques chez Gaston Bachelard », *Kairos. Revista de Filosofia I Ciencia I*, 2010, 25-42.

BOULIGAND (Georges), « Géométrie et causalité », chap. III de *L'évolution des sciences physiques et mathématiques*, Flammarion, 1935, pp. 139-176.

CHÂTELET (Gilles), « La force de l'ambiguïté : agencements allusifs et balance dialectiques » *Césure*, (2), 1992, pp. 251-318.

CHÂTELET (G.), *Les enjeux du mobile*, Seuil, 1993.

CHÂTELET (G.), *L'enchantement du virtuel. Mathématique, physique, philosophie*, édition de Charles Alunni et Catherine Paoletti, Ed. Rue d'Ulm/Presses de l'Enseignement Supérieur, 2010.

CHÂTELET (G.), « Mettre la main à quelle pâte ? », in G. Châtelet, *L'enchantement du virtuel*, 2010.

DESCARTES (René), *Règles pour la direction de l'esprit*, Vrin, 1970.

DOUADY (Régine), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans le cursus primaire*, Thèse de doctorat d'Etat, Université Paris VII, 10 octobre 1984, 338 p. + annexes.

EDDINGTON (Arthur Stanley), *Espace, temps et gravitation*, Hermann, 1921.

FAUSTO (Ruy), *Le capital et la logique de Hegel. Dialectique marxienne, dialectique hegelienne*, L'Harmattan, 1997.

FISSETTE (Jean), « De l'imaginaire au *musement* », *Texte 17-18*, Toronto, 1995, pp. 33-57.

FRAZER (James Georges), *Le Rameau d'Or*, Vol.3, *Esprits des blés et des bois*, préface, Robert Laffont, 1983.

GUITART (René), *La courbure de la raison, Conférence du Perroquet*, n° 31, déc. 1991, pp. 3-41, *Le Perroquet* BP-75462, Paris Cedex 10, Supplément au no 87 : ISSN 0293-2431.

GUITART (R.), « Logique inspéculaire », in *Effets et méfaits du discours de la science, 2ème colloque, 13 et 14 juin 1992, ACF Lille*, en collaboration avec Dimension freudiennes & Lysimaque., 1992, pp. 28-39.

GUITART (R.), *La pulsation mathématique. Rigueur et ambiguïté, la nature de l'activité mathématique, ce dont il s'agit d'instruire*, L'Harmattan, 1999, 336 p.

GUITART (R.), *Evidence et étrangeté. Descartes et Freud*, Paris, PUF, 2000.

GUITART (R.), « De la pulsation nécessaire dans la conception du point », Argument de conférence pour le *Colloque François Baudry*, Ens, mars 2000, 1 p., disponible sur le web à : rene.guitart.pagesperso-orange.fr.

GUITART (R.), « Sur les places du sujet et de l'objet dans la pulsation mathématique », *Questions Educatives*, revue du Centre de Recherche en Education de l'Université Jean Monnet de Saint-Etienne, n° 22-23, décembre 2002, 49-81, p. 53.

GUITART (R.), « Mathematical Pulsation at the root of invention », *Anais do Congresso HTEM 4*, Rio de Janeiro, UFRJ, de 5 a 9 de maio de 2008, 8 p.

GUITART (R.), « Voir ce que l'on dit, dire ce que l'on voit », *Bulletin de l'APMEP*, n° 431, nov-déc 2000, 793-812., p. 796.

GUITART (R.), « Figures, lettres et preuves : dimensions et pulsation de l'écriture », *17ème Colloque inter-IREM Histoire et Epistémologie des mathématiques*, Nancy, 23-24 mai 2008, Presse Universitaires de Nancy, 2011, pp. 147-171.

GUITART (R.), « Modélisation qualitative catégoricienne : modèles, signes et formes », in *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie. Dix ans de séminaires mamuphi*, éd. par M. Andreatta, F. Nicolas, Ch. Alunni, coll. Musique/Sciences, Ed. Delatour France/Ircam - Centre Pompidou, 2012, pp. 133-147.

GUITART (R.), « L'évidement des objets et le dehors comme substance », Conférence au Colloque *Le lemme de Yoneda: « Enjeux mathématiques et philosophie »*, organisé par Ch. Alunni et A. Badiou, Ens, 18 juin 2007.

GUITART (R.), « Lieux et logiques : sur la pulsation du voir et du dire dans l'imaginaire du mathématicien au travail », Conférence le 12 janvier 2006, au *Colloque Sciences et Imaginaires*, 12-13 janvier 2006, Mundaneum & Université de Mons-Hainaut. ANNE

STAQUET (éd.), *Le baroque : Entre raison et imagination*, coll. Croisements, Ed. de l'Université, de Mons-Hainaut, 2009, p. 249-264.

GUITART (R.), « Figures, lettres et preuves : pulsation et figurations au lieu de l'écriture », *Colloque Mutations de l'écriture: Arts et sciences*, Ens, 19-20 octobre 2007, in F. Nicolas (éd.), *Les mutations de l'écriture*, Publications de la Sorbonne, 2013, pp. 141-156.

GUITART (R.), « Autocategories : I. A common setting for knots and 2-categories », *Cahiers Top. Geo. Diff. Cat.* LV-1 (2014) 66-80. « Autocategories : II. Autographic Algebras », *Cahiers Top. Geo. Diff. Cat.* LV-2 (2014) 151-160.

HEGEL (Georg Wilhelm Friedrich), *La Raison dans l'histoire* [1830], Collection 10/18, numéro 235, 1965, deuxième ébauche, L'histoire philosophique.

HEGEL (G.W.F.), *Science de la logique*, t. II, *La logique subjective ou doctrine du concept*, Aubier, 1981.

HEGEL (G.W.F.), *Premiers écrits (Francfort 1797-1800)*, Vrin, 1997.

HERRIGEL (Eugen), *Le Zen dans l'art chevaleresque du tir à l'arc* [1936], réédition Dervy, 1993.

HYPOLITE (Jean), « Gaston Bachelard ou le Romantisme de l'intelligence », *Revue philosophique*, 1954, p. 85-96 (Réimprimé dans *Hommage à Gaston Bachelard*, Paris, PUF, 1957, p. 123-27).

JARCZYK (Gwendoline) et LABARRIÈRE (Pierre-jean), *Hegel : le malheur de la conscience ou l'accès à la raison*, Texte et commentaire, Aubier, 1989.

KANT (Emmanuel), *Critique de la raison pure*, PUF, 1944.

KOESTLER (Arthur), *Le cri d'Archimède*, Les Belles Lettres, Paris, 2011 [*The Art of Creation*, 1964].

LACAN (Jacques), « Vincennes : pour », 22 octobre 1978.

LAUMON (Gérard), « L'analogie en mathématiques », *Académie des sciences, Réception des Membres élus en 2004*, le 14 juin 2005. 2p.

LECOURT (Dominique), *L'épistémologie historique de Gaston Bachelard*, Vrin, 1969.

LECOURT (D.), « De Bachelard au matérialisme historique », in *Bachelard*, L'Arc, n° 42, 1970, pp. 5-13.

MANSUY (Michel), « Bachelard et Lautréamont, I : la psychanalyse de la bête humaine », *Études françaises*, vol. 1, n° 1, 1965, pp. 26-51.

MARGOLIN (Jean-Claude), *Bachelard*, coll. écrivains de toujours, n° 94, Seuil, 1974.

MARTIN (Roger), « Bachelard et les mathématiques », in *Bachelard. Colloque de Cerisy 1970*, Coll. 10-18, n° 877, 1974, 46-67 p. 55.

MICHEL (Natacha), *L'avis de la métaphore*, cahier 8, Intervention au rendez-vous du 6 juin 1993, *Au Bar de la Comédie de Reims*.

NANCY (Jean-Luc), *Une pensée finie*, éd. Galilée, 1990.

PEIRCE (Charles Saunders), « Un argument négligé en faveur de la réalité de Dieu », (c.1908) dans Gérard Deledalle [traducteur], *Lire Peirce aujourd'hui*, Bruxelles, 1990, De Boeck, « Le point philosophique », pp. 172-192.

POIRIER (René), « Autour de Bachelard épistémologue », in *Bachelard. Colloque de Cerisy 1970*, p. 9-37.

SOUAL (Philippe), *Intériorité et réflexion*, L'Harmattan, 2000

WEIL (André), Lettre du 26 mars 1940 à Simone Weil, *Œuvres scientifiques*, vol. I, 1926-1951, Springer, 1979, 244-255.

WHITEHEAD (Alfred North), *La fonction de la raison*, PBP 638, Payot & Rivages, 2007.