LA COURBURE
DE LA RAISON[1]

RENE GUITART

1. ARGUMENT.

De la capacité *positive* fondamentale de l'homme de pouvoir se mentir à lui-même, la trace en tout texte est l'innommé. Tout texte se fonde d'un manque à être dit, et, de ce point de vue, la question de la vérité est la question de l'organisation de ce qui manque. Ce que cette organisation révèle des limites de la raison en jeu, c'est-à-dire des limites du système d'écriture (en lequel le texte est articulé) conjoint à la division du sujet (qui prétendument produit le texte), c'est une nécessaire courbure.

Si la logique classique place a priori hors de son champ explicite la question du malentendu et

---

[1] René Guitart, La courbure de la raison, *Les conférences du perroquet*, numéro 31, décembre 1991, pp.3-41, Le Perroquet, BP-75462 Paris Cedex 10, Supplément au n°87, ISSN 0293-2431.

de l'équivocité, par contre la question de l'ambiguïté est au cœur même de la mathématique. En particulier sous sa forme actuelle de l'algèbre homologique et de la théorie des catégories, de la théorie des topos et de la théorie de Galois, la mathématique est la *logique formelle du manque formel*.

Soit, en dernier ressort la mathématique comme trace rationnelle du lien rationnel/irrationnel, comme la courbure de la pensée sauvage.

Soit à déployer :

le rapport des mathématiques à l'innommable.

2. POUR EVITER UN MALENTENDU. THESES ET THEOREMES ENVISAGES.

Il ne s'agit pas de poser comme effet de pensée *l'effet de fascination de l'écriture formulaire*, du mathème final détaché de son mode de production, considéré comme produit symbolique. Il ne s'agit pas non plus d'*épistémologie* considérée comme commentaire proprement philosophique sur la production mathématique envisagée comme production scientifique. Il ne s'agit pas non plus de *positivation de la philosophie*, de modélisation mathématique du questionnement philosophique (bien qu'un projet de Métaphysique Mathématique ne soit pas dépourvu de charme). Et il ne s'agit même pas de la possibilité que mathématiciens et philosophes, en tant que penseurs, entendent quelque chose les uns des autres.

Il ne s'agit d'aucun de ces points (nonobstant leur intérêt propre) parce qu'ainsi énoncés, ils posent une séparation du philosophique et du mathématique. Mais il s'agit très exactement du fait *que la mathématique est un fragment de la* *philosophie*. Et c'est considérée comme telle que l'on va pouvoir l'envisager comme une logique du manque. Cette position est très attachée à une filière représentée en particulier par Lautman, Cavaillès, Desanti, Badiou, où l'essentiel n'est pas l'épistémologie au sens restreint, ni l'histoire des mathématiques, mais bien cette participation pleine des mathématiques à la philosophie.

Spécifiquement, il s'agit de la mathématique comme tension entre le poème et le mathème, comme l'orthodoxie formelle, comme l'écriture absolue d'un système d'opinion devenant donc transverse à ce système par ceci qu'en l'élaborant comme carapace, elle en chiffre le défaut.

Dans les mathématiques, le rôle de la spatialité est essentiel, la pensée mathématique s'appuyant sur des images mentales spatiales, sur de l'écriture, sur du schéma, sur de « petits dessins ». Ce qui pose donc un problème : s'il y a quelque chose de la pensée qui ne relève pas de cette spatialité, où qui lui soit orthogonal, en quoi la mathématique va-t-elle pouvoir le prendre en charge, quel y sera le lien entre ce qui est de l'ordre du spatial et ce qui n'est pas de l'ordre du spatial ? Dans la logique du manque, on doit envisager des éléments qui ne visent pas ou ne désignent pas pour commencer des choses de l'ordre du spatial, je veux dire des événements. Voilà un premier problème. Il s'agira de saisir en quoi sous le règne de la spatialisation, la mathématique se saisit de la tension durée/spatialité. Dualité.

Un deuxième problème est le caractère apparemment positif des mathématiques : comment en énonçant des « faits » comme « vrais » peut-il être produit des résultats significatifs sur le plan de l'advenant, de l'à venir, du manque, de la négativité, de l'ambiguïté ? Il s'agira de considérer les mathématiques non pas comme un art du vrai, mais comme un art du faux. Calcul d'obstructions.

Quand j'envisage la mathématique comme logique du manque, c'est des mathématiques qui se font maintenant où je parle, et particulièrement de la théorie des catégories (où en particulier, dualités – qui distinguent et unissent, instaurent du mouvement, et obstructions – aux calculs inachevés toujours recommencés –, trouvent leur cadre naturel dynamique d'exposition et de calcul).

Ici deux thèses vont récurrer, revenir en dessous de ce qui sera dit :

La présence de l'être est l'absence d'origine fixée ; alors la pensée tourne, s'infléchit dans l'équivoque ; la saisie de ce mouvement nécessite que l'ambiguïté soit posée pour commencer.

La mathématique est ce qui peut être dit de rationnel sur le lien rationnel/irrationnel ; il n'y a pas de différence rationnelle entre la libre expression de la pensée et le calcul mathématique.

Depuis ces thèses, je veux donner à entendre, exprimés sous une forme non technique, les « théorèmes » originaux suivants :

Il y a identité entre les notions suivantes : espace, structure, algorithme, dualité. (Il s'agit là d'un théorème assez lourd de sens, je crois, et qui peut effectivement être prouvé ; la preuve, nécessitant la définition précise comme notions mathématiques des espaces, structures, algorithmes, dualités, et utilisant la théorie des catégories et des esquisses, ne sera pas développée ici. Il est néanmoins intéressant d'entendre ceci, qui n'est peut-être pas si évident sur un plan intuitif, que les idées de structure et d'algorithme sont deux avatars d'un même souci).

Construire un espace, une structure, c'est inscrire un système de lettres, et à admettre la spécification des géométries internes aux lettres manipulées on gagne que toutes les structures deviennent algébriques.

La logique est identique à l'homologie (l'homologie est le calcul du trouage, de l'imbrication, de la courbure des espaces ; on affirme donc ici que cette géométrie, cette théorie combinatoire de la spatialité, est tout à fait adéquate pour la logique, en un sens naturellement élargi du mot « logique » dans lequel on peut retrouver comme aspects particuliers les questions sur l'algèbre des propositions, sur les démonstrations, sur la théorie des modèles, mais l'élargissement naturel proposé nous donnant beaucoup plus d'ampleur, et en particulier nous donnant une véritable possibilité de gérer la question du manque).

L'ambiguïté se calcule (à condition de bien souligner que par « ambiguïté » on entend le contraire du flou (!), je veux dire un effet du resserrement du langage adopté sur lui-même).

Le « change pur » est algébrique, mais de façon « non effective » et « équivoque ».

La vraie question de la continuité n'est pas celle du change pur, mais celle du même et change, c'est-à-dire celle de la tension entre fusion et hiérarchie.

De là découle une proposition :

Considérer les espaces fibrés, ou plus généralement les morphismes de topos, comme modèles de doubles logiques, et le travail avec la catégorie des morphismes entre fibrés, ou plus généralement entre morphismes de topos, comme reste rationnel du travail de l'inconscient, comme représentation qualitative de la situation rationnelle du réel.

3. POUR MIEUX ENTENDRE LE TITRE : UNE IMAGE.

Il s'agit de donner l'idée de l'œil comme *œil qui pense*.

À cet effet considérons la question de savoir ce que c'est qu'une sphère, une sphère vue. La sphère on la voit, mais on la voit de plusieurs façons, et c'est précisément à chaque fois pas tout à fait la sphère qu'on voit. On a, de la sphère, différentes vues, et chaque vue sous-détermine la sphère. La sphère elle-même, à partir d'une seule vue, ce serait comme cette vue équipée de l'ambiguïté portée par cette vue particulière, du fait que cette vue est un peu inadéquate à représenter la sphère dans sa totalité, mais néanmoins la représente quand même. Pour mieux dire, on peut dire que la sphère c'est le système de l'organisation de toutes les vues de la sphère. Chaque vue de la sphère nous en livre quelque chose, en termes de la logique de l'œil qui semble voir quelque chose, et la sphère c'est le système de la cohérence de toutes ces vues, système qui est inaccessible à l'œil. Pour chacune des vues, ce qui importe c'est sa différence d'avec la sphère, la tension qu'elle induit vers la sphère. S'il s'agit d'un autre objet, un tore par exemple (un pneu), il en va de même, mais précisément l'organisation est différente de celle relative à la sphère. Ce qui est intéressant, c'est que cette organisation est quelque chose qui est algébrique, qui peut se coder. Ainsi la terre est codée par un atlas, un système de cartes, avec des indications d'échelles, de systèmes de projections utilisés, des noms de lieux permettant de rabouter les diverses cartes. Cette représentation est analytiquement bien meilleure que la donnée d'un globe terrestre (pour lequel le problème du regard se repose). Si la terre était un tore, localement, au niveau de chaque carte, se serait la même chose, mais l'organisation du système serait différente. Une fois représenté un objet géométrique de cette façon, comme système de cartes, de vues cohérentes, il y a une manière précise de calculer des invariants de la situation, ne dépendant que de l'objet géométrique envisagé, et donc indépendants de la façon particulière dont on a choisi de le mettre en atlas ; invariants qui permettent de distinguer les objets géométriques les un des autres. Ces invariants ne sont pas des nombres, mais des structures, en l'occurrence des groupes (des systèmes de transformations) qui s'appellent groupes d'homologies, groupes d'homotopies, calcu-lables donc à partir de la donnée de l'organisation (sans plus avoir besoin de l' »objet concret »). Ces groupes enkystent, synthétisent une information géométrique globale sur l'objet. Par exemple, on met en évidence la différence entre la sphère qui « a » un « grand trou intérieur », et le tore qui « a » un « grand trou intérieur » (à l'intérieur du pneu) et un « trou extérieur » (en son « milieu »).

Tout ceci est donc calculable. De plus, ces calculs ont des conséquences dont voici un exemple : si vous prenez des hexagones flexibles en quantité finie quelconque et si vous les agencez en les collant les uns aux autres par leurs bords de sorte que deux quelconques de ces hexagones soient ou bien disjoints ou bien collés par exactement une arête complète mise en commun, vous n'obtiendrez jamais la sphère. Autrement dit si l'on schématise la France par un hexagone, rien qu'en collant des France les unes à côté des autres, vous n'obtiendrez pas la terre. Il y a donc un pays différent de cette France. Cela est comme un effet local de la structure globale de la terre : de par la structure globale, il y a quelque part du différent nécessaire.

Imaginez maintenant que vous ayez un objet géométrique inconnu, sphère ou tore, ou autre, devant vous, transparent et complètement invisible. Vous commencez à tenir un discours dessus. Ce qui vous tient lieu de discours, c'est de tracer des lignes dessus l'objet, avec un feutre que vous pouvez y déplacer, traçant des lignes visibles. On considère que ce traçage de lignes est analogue à l'opération de faire des phrases. Plus vous allez tracer de lignes, plus vous allez soupçonner la nature de l'objet, et à un moment vous vous direz : eh bien oui, cet objet est une sphère. En fait évidemment vous n'en serez jamais certain, puisqu'en traçant des lignes une-dimensionnelles sur un objet à deux dimensions vous ne pourrez jamais le couvrir. Après tout il y a peut-être un trou que vous avez raté. Votre moyen de discours comporte foncièrement une sorte d'incomplétude, ne vous permet pas de remplir l'objet. Néanmoins vous pourrez découvrir un certain nombre de phénomènes sur cet objet. En particulier vous allez vous rendre compte qu'il est courbé. Ainsi, faire du texte c'est quelque chose qui ne se fait pas n'importe comment, ça se fait dans une grammaire, c'est soumis aussi au sujet qui fait le texte, et ainsi cela dépend de deux géométries qui se superposent, une géométrie du sujet et une géométrie de la grammaire, et ces deux géométries ensemble vont constituer une sorte d'espace invisible, analogue à cette sphère invisible où court le feutre, espace dont le texte, en se produisant, révèle. Ce que l'on peut constater au minimum c'est que le texte tourne, s'installe localement dans une courbure, qui est un effet objectif de la structure conjointe du sujet et de la grammaire, effet indépendant de la subjectivité désignant tout sens prétendument visé. Ce que l'on sait aussi d'avance c'est, qu'à écrire, du sujet et de la grammaire conjoints on n'en pourra jamais savoir la vérité finale, car il n'y a pas une clôture du système des inscriptions qui en un temps fini produirait toute la description donnant à saisir le sujet et la grammaire. La courbure dont nous parlons, est calculable, cernable, et est une information locale, infinitésimale, et la structure globale de l'objet est comme un effet de calcul intégral de toutes ces courbures.

4. DES ESPACES, DE L'INSCRIPTION, COMME RISQUE.

La donnée d'une structure, comme la donnée d'un espace, c'est la donnée d'un système de coupures et de soudures. C'est-à-dire la donnée d'un ensemble d' »éléments » avec la spécification que certains couples d'éléments sont « coupés », et que certains couples d'éléments sont « soudés ». Ici, espace est à entendre en un sens apparemment beaucoup plus abstrait que la sphère de tout à l'heure, mais si l'on réfléchit bien à la manière dont on se sert des espaces « saisissables » par l'œil, on constate que l'essentiel concerne bien la manipulation de coupures et de soudures.

Sur le risque de la manipulation de structures, d'écritures, d'espaces, je vous renvoie évidemment à Bergson qui dans sa thèse installe une dialectique, ou du moins une tension, entre la durée et la spatialisation ; et ce n'est pas du tout un dénigrement de la spatialisation ou de l'écriture, mais simplement l'affirmation qu'effectivement dans l'excès de l'écriture énormément de ce qui est de l'ordre de la durée est perdu, il n'en reste que quelque traces, mais c'est dans la tension de cette perte qu'il s'agit de penser la linguistique.

La spatialisation est une réduction inévitable. Il ne s'agit pas de la pratiquer aveuglément, en affirmation que tout soit espace, mais de la pratiquer, malgré tout, dans la scrutation de la perte que l'on y effectue. La structure comme symptôme de cet excès de scruter.

Pour mieux faire comprendre l'intérêt des espaces, de l'écriture non linéaire, à plusieurs dimensions (je veux dire de l'écriture dont la lecture n'est pas équipée *a priori* d'un cheminement canonique, que l'inscription elle-même soit ou non exécutable en ligne, en successions), je vous donnerai deux exemples.

Le premier exemple est ce que j'appelle triangle de Pascal, qui n'est pas le triangle arithmétique, mais le triangle qu'il considère comme fondamental de maintenir tendu sans coupure, le triangle dont les trois sommets sont « se soumettre », « douter », « juger », ou bien : soumission, doute, jugement. Entre les trois il y a quelque chose d'inaliénable, qui est de les maintenir ensemble mêmes et différents. Il s'agit là d'un petit espace que Pascal inscrit, qui est comme un texte dont serait évacuée sa propre rhétorique, donné à saisir et parcourir librement, par chacun, et dont l'image aura à être présente nécessairement, sans commentaire.

Un deuxième exemple un peu plus sophistiqué est un espace considéré par Duponchel (Thèse, 1972). Il s'agit d'un tétraèdre où il va inscrire et commenter trois problématiques (de Freud, Heidegger, Sartre). Je ne compte pas le suivre ici dans cet usage dudit tétraèdre, mais seulement, strictement, vous donner le modèle. C'est ça qui est intéressant, de vous donner cet objet comme espace, que vous prendrez comme une sorte de lettre, de système d'inscriptions, que vous aurez ensuite à penser, à *parcourir*. Ce tétraèdre a donc quatre sommets appelés Monde, Sur-Moi, Moi, et Ca. Ensuite il y a entre ces sommets pris deux par deux des arêtes : l'arête Sur-Moi-Monde est appelée Volonté, l'arête Moi-Monde est appelée Entendement, l'arête Ca-Monde est appelée Comportement, l'arête Ca-Sur-Moi est appelée Raison, l'arête Ca-Moi est appelée Pulsion, et l'arête Moi-Sur-Moi est appelée Conduite. La justification de ces appellations, et leur usage, c'est le problème de Duponchel, et ce n'est pas du tout ce qui m'intéresse ici. Ce sur quoi je veux insister c'est sur le fait que si vous avez devant vous cet objet dessiné [dessinez-le donc !], ou mieux encore si vous l'avez en volume entre vos mains, avec ses inscriptions, vous avez quelque chose de complètement différent d'un discours, que vous pouvez critiquer d'une façon assez différente de la critique d'un discours. Il y a évidemment des contraintes imposées là-dedans critiquables. Ainsi il n'est pas clair pour moi que « Entendement » soit régulier comme nom de l'arête Moi-Monde. Mais dans une première phase, cela est secondaire. Plutôt il y a devant moi une sorte de richesse qui est due à l'organisation abstraite même proposée (organisation du reste isomorphe à celle de la sphère que nous évoquions au paragraphe précédent). Ce dont je dispose c'est d'un *support à discours* pour moi-même, d'un espace en élaboration, qu'il m'est loisible d'enrichir. Par exemple je peux chercher à donner des noms aux faces du tétraèdre (je vous laisse cet exercice), je peux circuler sur cet espace linéairement, mais d'une linéarité que je décide, que l'objet laisse libre de se préciser, nommer certains chemins, etc.

Duponchel propose donc ce tétraèdre comme image du sujet, qui serait pour le moins composé de quatre instances articulées. Il s'agit d'une lettre du sujet, amis une lettre d'emblée livrée avec une géométrie interne propre. Il ajoute que chacune des instances fonctionne suivant une certaine logique, tautologique ou non Tautologique, Contradictoire ou non Contradictoire : la logique de Moi est (T,C), celle de Sur-Moi est (T,nC), celle de Ca est (nT,nC), celle de Monde est (nT,C). Ce qui est inscrit également sur cet objet, ce schéma. Et on peut commencer à penser avec ça, sur ça.

On note aussi des effets de ré-écriture : un tétraèdre « dessiné », « c'est » un carré avec deux diagonales. Soit à y penser comme à un carré greimassien. Mais entre écrire un carré greimassien ou aristotélicien, et écrire un tétraèdre il y a une différence d'inscription considérable dans ses effets immédiats, car l'écriture du carré est un peu statique, un peu plate, tandis qu'avec le tétraèdre une dynamique évidente s'instaure : comme dans le jeu de cubes (et pyramides, etc.) des enfants, les tétraèdres sont collables les uns aux autres, concaténables, dans une combinatoire plus subtile que la juxtaposition des carrés. Une activité « ludique », une sorte de fonction métonymique (mais pas seulement) est ainsi libérée ; vous avez la possibilité de disposer différents tétraèdres représentant différents objets (ici différents « sujets »), pour faire des chaînes qui progressent dans l'espace, par exemple de sorte à former un anneau solide fermé (tore) à facettes. Dans ce jeu géométrique, il y a une pratique puissante avec la géométrie même des « lettres » mises en place, où localement vous raisonnez comme dans des tétraèdres, et où vous « promenez » cette structure locale en constitution d'un espace. Ainsi est posé de façon aiguë la question du fonctionnement de l'inscription de la lettre, de l'aménagement d'équivoques en une structure dont la lecture quoi que régulable exactement ne pourra s'effectuer qu'en levées d'équivoques.

La question de la *lettre claire* et de la *lettre obscure* est cruciale à ce point.

Ce qu'on pourrait appeler la lettre claire c'est ce que d'aucuns appellent le nom de baptême, qui désignerait l'objet exactement comme identique à son nom. Et la lettre obscure c'est en réalité une simple inscription de place, dans un calcul, pour être saisie dans un fonctionnement métonymique de déplacements, substitutions, répétitions, et concaténations.

C'est sur cette question qu'il y a une difficulté entre Pascal et Descartes. Descartes donne à fond dans la lettre obscure, il est pour son emploi sans limite. C'est l'utilisation des lettres pour faire des calculs algébriques. La géométrie analytique c'est bien ça. C'est poser que l'on a des objets géométriques (cercles, paraboles, droites, points, etc.) que, sans s'occuper de leurs significations, on va décomposer en coordonnées et équations, désignant chaque coordonnée par une lettre sans sens intrinsèque dans la situation. Fondamentalement il y a un geste qui consiste à dire que l'on va *coder* toute la situation, par une procédure impertinente, puis que l'on va manipuler les codes, et que de cette manipulation il peut sortir quelque chose de significatif effectivement. C'est un peu ça le miracle de la lettre au plan mathématique, que de la manipulation métonymique de lettres obscures, il puisse sortir, *par* là (sinon *de* là), par cette pratique, de la lettre claire. Processus en un sens inverse de celui de la mort des métaphores.

Pascal de son côté était contre la géométrie analytique parce que précisément il avait, lui, le souci de la géométrie considérée comme un système d'inscription clair en lui-même. Un cercle est un cercle, un objet avec une certaine perfection, une certaine transparence, que l'on n'a pas à décomposer aveuglément. Il était pour faire ce qu'on appelle une géométrie synthétique qui manipule les êtres géométriques comme tels, sans régression uniforme dans une décomposition non maîtrisée.

C'est là tout l'enjeu du travail mathématique. Le mathématicien est perpétuellement dans cette tension entre lettre claire et lettre obscure, c'est-à-dire que, en même temps, il recherche à terme la lettre claire, l'énoncé lumineux, intuitif, et il sait que pour ce faire il doit en passer par une sorte de tunnel, qui est le calcul aveugle. Ce qui m'évoque le titre d'un livre que j'aimais beaucoup quand j'étais petit, que vous avez peut-être aussi fréquenté, à l'école primaire, qui était : *Le Calcul Vivant*. Fondamentalement je crois que c'est ça : les mathématiciens pensent vraiment que le calcul est vivant.

La lettre d'inscription a un statut assez différent suivant qu'il s'agisse d'algèbre ou de géométrie.

Dans l'algèbre, si vous donnez une lettre x pour désigner une quantité que vous ne connaissez pas encore, vous savez très bien – et c'est une sorte de méta-énoncé sous-jacent à l'algèbre que l'on ne formule pas toujours nettement (d'où des difficultés pour certains élèves) –, le fait suivant : cet x est dans sa forme indifférent ; l'inconnue pourrait tout aussi bien être appelée y, où Δ, etc., ce choix de nom ne va rien changer à ce que vous allez faire ensuite comme calcul, rien changer aux possibilités du calcul ni du résultat. Vous pouvez appeler l'inconnue comme vous voulez, cette lettre est sans étendue propre, et n'est là que pour désigner une place, obscurément.

Dans la géométrie, disons la géométrie élémentaire que nous faisions au lycée, il y a une toute autre sorte de littéralité. Étant donné un problème de géométrie, soit à prouver une propriété d'une figure constituée de droites, cercles, etc., pour résoudre le problème, ce que l'on doit faire, c'est modifier judicieusement la figure, lui ajouter des éléments, en enlever, et faire apparaître la solution. Il y a là, fondamentalement, une malice de celui qui travaille, une ouverture nécessaire ; il ne pas de pure automaticité à exécuter, comme par exemple lorsqu'il est question de résoudre une équation du second degré où, une fois connue la théorie, on « applique » un schéma de calcul complet connu. Dans la géométrie, cette ouverture nécessaire « au travail », qui a lieu si, comme on dit, on a l'intuition géométrique, s'exécute en nominations significatives, sous-tendues par du métaphorique, nomination de points, droites, cercles, etc., nomination de formes situées, soit usage de lettres structurées désignant des espaces en articulations mutuelles précisées, et non plus de simples places uniformes.

Le risque qu'il y a dans l'écriture, voire dans l'élaboration d'espaces, c'est d'abord le risque de se perdre dans un mauvais modèle, dans la mise en avant à tort de termes non naturels. Que ce soit dans l'inscription de lettres, pour faire du calcul géométrique, ou même du calcul algébrique (car en réalité il n'y a pas de séparation sérieuse entre algèbre et géométrie lorsque l'on travaille, et les deux aspects doivent s'interpénétrer, être en tension), ou que ce soit dans la production d'espaces, comme le tétraèdre de Duponchel, ou la sphère que j'envisageais pour commencer, on prend le même risque, on parie que ce geste n'est pas irrémédiablement destructeur. On connaît toute la difficulté de cette question, comme question de la représentation, soulevée bien sûr à propos du structuralisme, face au silence comme sagesse. J'insisterai seulement sur le point suivant : penser en écrivant des schémas, ce n'est pas du tout penser avec des schémas, en soumission à des schémas proposés.

Je pose que ce risque est à prendre, mais je précise que l'on peut le prendre d'une façon raffinée, en ménageant l'algébrique et le géométrique, la lettre obscure et la lettre claire, de sorte que l'algèbre fonctionnant sur les lettres éclaircies, érigées en espaces, formées, suffise à rendre compte des situations non algébriques au sens classique.

Dans l'algèbre classique, les variables ont une forme très pauvre, qui est appelée l'arité : il y a des « variables » simples x, y, z, etc., dites d'arité 1, et des variables composées (x,y), (x,z), etc., d'arité 2, puis (x,y,z), (x,z,t), etc., d'arité 3, etc. Je dis que si l'on admet dans un calcul, – qui ceci mis à part restera algébrique (équationnel) –, des arités plus complexes que les entiers 1, 2, 3, etc., soit des arités constituées de véritables formes (par exemple des graphes, des espaces topologiques, des catégories), on a alors accès à toutes les structures usuelles (équationnelles classiques, du premier ordre, topologiques, etc.) manipulables alors équationnellement. Toute théorie est « équationnalisable » par insertion de ses quantifications dans une géométrie interne des variables. J'appelle les théories ainsi présentées des *algèbres figuratives*. Soit la mise en œuvre algébrique, métonymique, d'un calcul sous-tendu par des variables géométriques porteuses d'ouvertures pour le calcul, ménageant internement un lieu de métaphorisation.

Si je décide de donner comme « modèle » du sujet une sphère et qu'en réalité c'est un tore, je vais évidemment me faire un grand tort. Le problème c'est que dans ce type de geste est mise en jeu une lettre très structurée. Je ne dis pas : »soit *x* le sujet ». Je dis déjà toute une organisation structurelle de la chose. Je manipule une littéralité beaucoup plus complexe, où les lettres sont des sortes d'idéogrammes, des espaces, qui peuvent se concaténer, se coller les uns aux autres, chacun d'entre eux étant pesant de sa structure, n'étant pas là n'importe comment. Des espaces en situation. À ce point donc le risque tout simple d'erreur de « modélisation », risque doublé par celui d'errements complets dans le fonctionnement métonymique sans fin, sans qu'aucune lettre claire jamais n'émerge, même si les inscriptions sont exactes.

Mais il y a lieu de se risquer, de s'engager, en conscience de la délicatesse du clair-obscur, dont une mise en œuvre est réalisée par le biais de l'algèbre figurative, parce qu'effectivement il est arrivé qu'en faisant des mathématiques des choses se produisent.

5. DE LA VERITE LOCALE, GLOBALE : SUBVERSION, DEPORTATION.

La question (philosophique) de la vérité n'intéresse pas du tout le mathématicien, ce qui l'intéresse véritablement c'est la question du faux et de l'impertinence. Ce que je préciserai comme suit.

Considérons un cylindre, un tube avec un fond et un couvercle, et, sur cet objet, la question : est-il plat ? Il s'agit d'une question inquisitrice, à laquelle vous êtes sommé de répondre par oui ou par non, alors que vous avez tout sauf envie de répondre par oui ou par non. La « vérité » de l'énoncé « le cylindre est plat n'est ni vrai ni faux. La vérité de cet énoncé est qu'il faut d'abord subvertir la question, la débarrasser de sa perversion, et la remplacer par « la » bonne question, soit : où le cylindre est-il plat ? ou : à quel point le cylindre est-il plat ? Question à laquelle vous savez maintenant répondre (évidemment vous avez formulé la « bonne » question parce que vous saviez ce que vous vouliez répondre) : le cylindre est plat sur son fond, sur son couvercle, et sur le reste il n'est pas plat, mais courbé, courbé d'une certaine façon. Vous vous livrez ainsi à une opération de dislocation de la question de la vérité en la réitérant comme locale, en prétendant qu'il est question de déterminer le lieu en lequel l'énoncé est vrai, ou mieux la valeur de l'énoncé en tout lieu, la façon dont en tel lieu l'énoncé est vrai. Ceci est une première question sur la vérité, la question de son caractère local nécessaire. La deuxième question, celle de son caractère global, est donc celle de la spécification des énoncés qui viseraient à juste titre l'objet comme totalité. Par exemple la sphère a pour « vérité globale » d'avoir un « trou intérieur », et pour « vérité locale » le fait qu'en chaque point elle a une courbure précise. Que cette courbure précise en tout point soit toujours la même, strictement positive, est un fait global, impliquant l'existence du « trou intérieur ». Vis-à-vis de la question de la vérité des énoncés, le va-et-vient local/global opère comme subversion, comme rectification avant évaluation. Il y a en préalable à l'évaluation une nécessaire mise en perspective relativement à une contradiction dominante dans la situation, initiée par le questionnement sur la question, par un *retrait face à l'inquisition*. Attitude typique du travail mathématique.

Pour le mathématicien au travail, tout proposition est apertinente pour commencer, sans urgence de véracité, à subvertir/éprouver en contexte. La pertinence, la naturalité, prime la « vérité à tout prix ». Et ce qui peut être montré, sinon prouvé, c'est l'impertinence. Soit au niveau de systèmes de preuves un primat pratique de l'obstruction effective invalidante, du contre-exemple explicite. En particulier, dans le travail de modélisation mathématique, l'adéquation du modèle à la réalité n'est jamais supposée qu'en vue d'être infirmée, dans l'établissement du mode exact d'inadéquation, ce qui est la véritable connaissance que le modèle livre sur la situation « réelle » qu'il vise et rate donc. Comment les énoncés sont impertinents, comment les énoncés sont faux, comment les modèles sont inadéquates, voilà ce qui constitue le corps du travail, le cœur des mathématiques. Cœur dont on s'aperçoit très vite que ce qui le fait pulser c'est la question de l'ambiguïté.

On pourrait penser que ce que je dis là est un peu truqué, puisque je parle d'objets géométriques d'abord, de sorte qu'il n'est pas étonnant que les notions de global ou local entrent en jeu.

Mais si vous repensez à l'usage que je faisais plus haut d'un espace comme lieu où s'inscrit un texte, je dis que les questions à propos d'un texte sont abordables de cette façon-là. Il y a également à propos d'un texte des questions de deux registres en tension, liées par des procédures d'intégration et différentiation, registres que j'appellerai donc encore local et global. Ce qui est essentiel à mon propos c'est, subvertissant la question brute de la vérité, la question des tensions, dont la tension majeur local/global, qui, travaillant la perversité des énoncés, déportent à leur sujet la validité de leur évaluation. La question première est alors la mesure qualitative de ces déportations. L'objet comme symptôme du système des déportations qui travaille les énonciations à son sujet.

Là, on commence à saisir ce que j'entends par le slogan :

logique = homologie.

Slogan inaudible si au moins deux conditions ne sont pas remplies, à savoir, d'une part, l'acceptation de la spatialisation, de l'inscription, et du travail en clair-obscur avec l'algèbre figurative, ouverture sur l'émergence possible d'événement, et, d'autre part, la scrutation de la perte que l'on effectue nécessairement, scrutation elle-même effectuable dans le calcul du système des déportations que l'inscription installe.

La force de la mathématique est que ce calcul est effectivement possible dès que l'inscription est pratiquée dans un formalisme clos. La pratique mathématique profonde en visée d'objets « réels » nécessite donc (et cela est suffisant) l'inscription et la spécification complète du mode d'inscription, soit la conclusion de l'inscription.

6. DU CALCUL DE L'AMBIGUÏTE : MIROIRS, GROUPES DE GALOIS.

J'aborderai ici deux points : la notion de miroir, et la notion de covariance (groupe de Galois, groupe de Lorentz), le premier point étant en fait un cas spécial du second.

Sans entrer dans la théorie formelle des ensembles, vous savez tous ce que c'est que les ensembles. Un ensemble est une collection d'éléments, tous *distincts* les uns des autres, collection considérée comme un tout, ce tout étant donc appelé un ensemble, et les éléments considérés étant dits appartenir à l'ensemble. Partant de quelques ensembles fixés, on peut en fabriquer d'autres, les manipuler, regarder les manières dont un ensemble est transportable dans un autre (c'est ce que l'on appelle les applications ou les fonctions), et on élabore tout un calcul qui essentiellement est de l'ordre du comptage, calcul qui sert de matériau de base pour ensuite décrire toutes les structures mathématiques, comme les groupes ou les espaces. Ce qui est essentiel c'est que, au départ, il y a la considération explicite des ensembles pour fonder un déploiement de la structuration, et que, donc, chaque ensemble est constitué d'éléments *distincts*.

On peut faire les choses autrement. On peut décider de prendre pour commencer non plus des ensembles, mais ce que j'appelle des miroirs. Un miroir est une collection d'éléments, mais pas tous distincts les uns des autres, un élément donné étant soit discernable de tous les autres, soit discernable de tous les autres sauf un, appelé son reflet, ce dernier étant à son tour discernable de tous sauf de celui dont il est reflet, lequel est donc son reflet. L'indistinction présente est donc très faible, ne portant que sur certaines paires. On introduit ainsi une indiscernabilité au départ, dans la spécification même de ce qui va nous servir de matériau de base, pour déployer ensuite toutes les structures et modèles mathématiques.

On peut donc répéter avec les miroirs toute la construction de la théorie des structures. Par exemple, à partir des miroirs, une arithmétique advient. L'arithmétique des ensembles c'est très simple, ça consiste à compter combien d'éléments il y a dans un ensemble donné. Par exemple si je considère un ensemble constitué des lettres distinctes a,b, c, je dirai que cet ensemble possède 3 éléments. Pour compter les éléments d'un miroir, on le fait sous deux espèces : en comptant d'une part le nombre d'éléments distincts de tous les autres (éléments « solo ») et d'autre part le nombre de paires d'indiscernables (chaque paire étant donc constituée d'un élément et de son reflet, et étant appelée un « duo »). Si un miroir a, par exemple, 4 solos et 3 duos, j'écrirai cette information sous la forme : « 4S +3D » ou plus légèrement sous la forme « 4 +3D ». Ces symboles comme 4S +3D , je vais pouvoir les manipuler « comme » les symboles 5, 12, etc., de l'arithmétique ordinaire, établissant une arithmétique parfaitement cohérente, où un symbole opère, le symbole « D ». On peut donc additionner, multiplier, exponentier, ces symboles entre eux, calculer des nombres de combinaisons, faire une combinatoire complète, ce qui est assez amusant (et révélateur). Cette nouvelle arithmétique est comme une sorte de revêtement, d'épais-sissement, de l'arithmétique classique, au sens que si vous écrivez dans cette arithmétique-là une formule valide (que vous avez démontrée) faisant intervenir les sommes, produits, exponentielles, et si vous remplacez dans cette formule le symbole D partout où il apparaît par le symbole 2, vous obtenez une formule de l'arithmétique ordinaire qui est automatiquement valide. Dans cette nouvelle arithmétique, c'est comme si vous aviez deux représentants distincts du nombre ordinaire 2 : vous avez 2 (c'est-à-dire 2 solos) et vous avez D (c'est-à-dire un duo de deux éléments indiscernables). Vous avez dédoublé 2. Le 2 désignant deux distincts, et le D désignant deux indistincts.

Cette arithmétique n'est qu'un exemple, et on peut, dans les miroirs, « presque » tout faire de ce que l'on fait dans les ensembles.

Quelle est la différence entre ce monde des miroirs et le monde des ensembles ? On sent qu'il y a là de l'innommable, quelque chose qui ne va pas pouvoir s'exprimer à l'intérieur même du monde des miroirs et qui peut s'exprimer à l'intérieur du monde des ensembles. Précisément : dans la théorie des ensembles, quelque variante que l'on considère, si un ensemble E n'est pas vide, vous avez le droit de dire : j'appelle x un élément de E, puis le droit de manipuler cet x. Ceci sans rien affirmer pour autant sur la constructibilité éventuelle d'un tel x, ni sur la « forme » de la variable x ; il ne s'agit ici que de la question de nom, de la nomination non équivoque de ce que l'on sait exister. Par contre, dans les miroirs vous n'avez pas le droit de procéder à une telle nomination. En effet le miroir D, la dyade constituée de deux éléments soudés, n'est pas vide, puisqu'il a deux éléments, et pourtant je ne peux pas dire : soit x un élément de D, car un tel x ne peut désigner sans équivoque l'un des deux éléments, car si x désignait l'un il devrait aussitôt désigner l'autre. Mais à part ceci, le monde des miroirs répond à toutes les autres règles de la logique classique. La logique des miroirs est booléenne, 2-valuée, avec tiers-exclu, avec la même manipulation des quantificateurs, les mêmes règles de la déduction.

Ceci pour vous montrer qu'il est possible d'envisager de refaire des mathématiques dans lesquelles on insère au départ un certain souci d'indiscernabilité, une modélisation du fait que des éléments sont non identifiables, que des choses sont différentes et les mêmes.

Ce type de procédure va beaucoup plus loin que cet exemple des miroirs, et il est possible de manipuler pour commencer des objets beaucoup plus riches, à savoir des dualités (au sens mathématique, c'est-à-dire des équivalences de catégories). Mais je n'exploiterai pas cette veine aujourd'hui.

L'arithmétique des miroirs peut être considérée, dans sa différence avec l'arithmétique ordinaire, comme un calcul de l'indiscernabilité inhérente au monde des miroirs, de l'innom-mabilité de certains éléments de façon interne au monde des miroirs. La plus grande richesse de l'arithmétique des miroirs expose l'impuissance à nommer. On a donc un calcul qui met sur la table, donne à saisir et à manipuler, l'indiscernabilité elle-même. Cette arithmétique des miroirs est la façon même dont l'arithmétique ordinaire se déporte, s'hybride, par la force d'un manque de nominabilité. Les noms qui manquent résurgent en les propriétés exotiques de ce calcul. Mais ce type d'exposition du manque va bien au-delà de cet exemple, et est bien plus ancien que cette question des miroirs. Nous l'allons voir tout à l'heure avec les groupes de Galois et de Lorentz.

En guise de transition, je voudrais mettre le doigt sur un point, sous-jacent par exemple au comptage.

Il y a beaucoup de questions dans lesquelles la question est parfaitement non ambiguë, la réponse sera parfaitement non ambiguë, mais où, pour élaborer la réponse vous êtes obligé de passer par une procédure équivoque. Par exemple, si je vous demande combien de doigts je vous présente, vous me dites « trois ». Question claire, réponse claire. Mais pour élaborer la réponse chacun a effectué un « ramassage » visuel des doigts en question, par exemple en saisissant visuellement un des doigts, en lui accolant un autre, puis en accolant au résultat le dernier. Chacun a effectué un cheminement en comptant ses pas. Et le résultat ne dépend pas du chemin choisi. Bien sûr, quand on est habitué à compter on ne pense plus à cette opération, que l'on effectue néanmoins. Il y a un choix nécessaire, à faire, et le résultat est indifférent au choix. On fonctionne automatiquement, de façon équivoque, avec des éléments cachés (les chemins possibles), et du point de vue du résultat visé, ces éléments sont indiscernables, et c'est cette indiscernabilité qui nous sauve. Tous ces éléments cachés, qu'il faut activer pour conclure, sont comme en fusion les uns avec les autres, comme soudés, par rapport à la qualité de la réponse. Fusion un peu plus complexe que celle en jeu dans les miroirs. C'est cela que l'on va exprimer de façon un peu plus précise avec la notion de groupe de Galois.

Il s'agit de déterminer *algébriquement* les racines d'une équation. On prend une équation, et je prendrai la plus simple possible pour laquelle on voit le phénomène qui nous intéressera, soit l'équation $x^2 = 2$. C'est une équation dont vous connaissez tous les solutions, qui sont deux, l'une notée $\sqrt{2}$ et l'autre notée $-\sqrt{2}$. Quand vous avez dit cela vous pensez avoir résolu l'équation. Mais ce n'est pas si clair. Car par quels moyens avez-vous résolu l'équation ? (C'est là toute la question de l'ambiguïté comme opposée à la question du flou). Pour préciser bien le problème, il faut *délimiter complètement* ce que l'on appelle les moyens de l'algébriste, et décider si véritablement vous n'avez employé que ces moyens (il s'agit de la clôture du mode d'inscription utilisé, évoqué plus haut, et de l'effet de cette clôture sur les possibilités de discernement).

L'algébriste dispose de certains moyens, bien précis, et de rien d'autre. Il dispose de l'écriture de nombres entiers, de lettres en guise de désignations de quantités inconnues, et entre les nombres entiers et les lettres, il dispose de la possibilité d'écrire des opérations qui sont : addition, soustraction, multiplication, division. Et c'est tout. Il ne peut donc écrire que ce que l'on appelle des polynômes et fractions rationnelles, à coefficients entiers, ou encore, cela revient au même pour l'usage qu'il en aura, des polynômes à coefficients rationnels, que nous appellerons ci-dessous simplement *polynômes*.

Ce sont les seuls moyens expressifs de son langage, et en particulier ses seuls moyens de désignations. Donc si on lui demande de désigner les racines d'une équation, la seule chose qu'il a le droit de faire, en tant qu'algébriste, c'est de produire une écriture d'une liste finie de « mots » de son langage, *i.e.* de polynômes, qui soit censée être assignable de manière non équivoque à l'objet que l'on veut lui faire désigner, et à nul autre. Par exemple, si on lui demande de désigner une racine de l'équation $x^2 = 4$, il peut produire comme écriture « 2 », car 2 est une racine de l'équation donnée et « 2 » fait partie des expressions qu'il a le droit d'écrire. Par contre l'écriture « $\sqrt{2}$ » ne fait pas partie de son langage. Ceci dit, il a le droit d'adopter des conventions d'assignation (d'écriture à des nombres). Par exemple, il peut décider que si un polynôme admet une seule racine, alors ce polynôme tient lieu de désignation de ladite racine. Mais si le polynôme admet plusieurs racines (comme ici « x^2-2»), alors le polynôme ne peut plus tenir lieu de désignation pour l'une des racines, mais tout au plus de désignation pour l'ensemble des racines (ainsi x^2-2 tient lieu de désignation de l'ensemble de ses deux racines, soit de l'ensemble $\{+\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$, sans ordre fixable entre les deux éléments). Il peut bien entendu adopter des conventions plus complexes. Ainsi il peut considérer des polynômes à deux variables, x et y, soit par exemple $D(x,y)$ un tel polynôme, pour dissocier (a,b) de (b,a) en convenant que D désigne (a,b) si $D(a,b) = 0$ (i.e. (a,b) racine de D) et si $D(b,a) \neq 0$ (i.e. (b,a) non racine de D) ; alors, convenant que si un couple (a,b) est désigné cela sélectionne a au détriment de b, il pourrait discerner a de b. Ainsi si un tel D existait pour $a = \sqrt{2}$ et pour $b = -\sqrt{2}$, il serait en droit de dire que D, joint à l'écriture « x^2-2 », désigne 2.

En fait donc, précisément, les seules conventions de désignations auxquelles il a droit sont de ce type :

Si P est un polynôme à une ou plusieurs inconnues, ce polynôme tient lieu de désignation pour l'ensemble de ses racines, et un ensemble fini de polynômes tient lieu de désignation pour l'ensemble des racines communes à tous ces polynômes.

Dès lors, désigner isolément chaque racine d'un polynôme revenant à désigner l'ensemble des racines dans un ordre choisi, la désignation algébrique de chaque racine d'un polynôme revient à trouver un système de polynômes à plusieurs inconnues, dont la seule racine soit la suite dans l'ordre choisi des racines du polynôme envisagé. Voici complètement délimités les moyens d'écriture et de désignation de l'algébriste.

Ce qui se passe, c'est qu'une telle désignation est impossible pour les racines de x^2-2. Ceci, cette impossibilité, est un théorème.

En général la détermination algébrique des racines d'un polynôme n'est possible que jusqu'à un certain point, la mesure de l'impossibilité, c'est-à-dire de l'indiscernabilité algébrique qui règne au sein des racines, étant donnée non par un nombre, mais par une structure, qui se trouve être un groupe, qui s'appelle le groupe de Galois de la situation.

Je vais vous dire ce que c'est que ce groupe, il suffit d'être un peu attentif pour le comprendre.

Le groupe de Galois d'une équation est constitué de toutes les permutations galoisiennes entre les racines de l'équation. Soit à dire ce qu'est une permutation galoisienne. Une « permutation galoisienne » est une façon de mélanger les racines de l'équation telle que l'on ne puisse écrire, avec les seuls moyens de l'algèbre, une distinction algébrique entre la donnée des racines dans un ordre fixé (arbitrairement) et la donnée des racines dans l'ordre que j'obtiens à partir de l'ordre fixé en effectuant dessus le mélange considéré. Alors les permutations galoisiennes peuvent se composer entre elles pour en déterminer d'autre : si je considère un premier mélange ayant cette propriété d'être une permutation galoisienne, et si j'en considère un deuxième, je peux déterminer un troisième mélange qui consiste à faire d'abord le premier mélange, puis à faire ensuite le deuxième. Alors ce troisième mélange est encore une permutation galoisienne. On obtient ainsi un groupe. Le groupe de Galois. Qui donc, je le répète, littéralement décrit à quel point on ne peut pas discerner algébriquement entre les racines d'une équation. Et ce qui est très important c'est que ce groupe, quelle que soit l'équation, peut être calculé, décrit, explicitement, et sans avoir à connaître d'abord (algébriquement ou autrement) les racines (ceci est un théorème dont je ne donnerai pas la preuve ici). Dès lors, à partir du fait négatif que pour l'équation que l'on veut considérer il n'y a pas d'isolation suffisante possible des racines, on arrive à un fait positif, qui est la description précise de ce manque d'isolabilité, par le groupe de Galois. Et ensuite ce groupe peut être utilisé, par exemple pour déterminer les moyens nécessaires à la résolution isolée complète, et pour résoudre l'équation à l'aide de moyens plus puissants.

Voici un autre exemple du même genre que je décrirai de manière plus sommaire. Il s'agit de la relativité restreinte d'Einstein, où est en jeu l'indiscernabilité cinématique.

La relativité restreinte est basée sur trois principes négatifs pour commencer.

On commence avec le principe de relativité de Galilée à propos des systèmes mécaniques. Le principe dit :

- aucune expérience mécanique conduite à l'intérieur d'un système physique ne peut déceler le mouvement uniforme de ce système.

Deuxièmement :

- aucune mesure absolue du temps, des longueurs, des vitesses des objets matériels n'est possible.

Troisième principe :

- aucune différence ne peut être mise en évidence entre les mesure de la vitesse de la lumière dans deux repères en translation uniforme.

Ici il y a un langage sous-jacent, pas tout à fait formalisé, dont chaque phrase est la description d'une expérience mécanique bien conduite. Ce langage a des propriétés négatives, que je viens d'énoncer, et de ces propriétés négatives résulte une certaine ambiguïté, qui va être cernable par un groupe, qui s'appelle le groupe de Lorentz ou le groupe de relativité. Une fois ce groupe décrit (ce que je ne ferai pas ici) on est passé à quelque chose de positif, d'utilisable pour élaborer les lois de la physique : les lois de la physique devront être compatibles avec ce groupe, ou comme on dit devront être covariantes, elles devront respecter la façon dont ce groupe transforme l'espace-temps.

Dans les deux cas, Galois ou Einstein-Lorentz, la situation est la même. Un langage bien délimité, une marque négative de ses possibilités expressives, et une transformation positive, en un groupe qui dirige, chez Galois les méthodes de résolution des équations, et chez Einstein-Lorentz les formes *a priori* des lois physiques. C'est de cela qu'il s'agit lorsque je parle d'ambiguïté. Du fait de la donnée parfaitement délimitée d'un langage, d'un langage bien clos, du fait de cette clôture il y a des indiscernables au niveau de ce langage (éventuellement discernables avec un langage plus puissant : tout à l'heure on a bien dès le début, dans notre écriture même ici, discerné entre $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$; mais on n'utilisait pas pour ce faire le langage algébrique plus restreint dont j'ai parlé ensuite). Il s'agit bien d'indiscernabilité et d'ambiguïté. Et c'est le contraire du flou, de l'indéfini, du pas bien net, situations où justement le phénomène ne peut pas se produire. C'est du resserrement précis du langage sur lui-même que l'apparition des limites se produit. Ce point seul n'est pas très nouveau : évidemment plus on est limité plus on a du mal à dire ! Mais ce qui est important c'est ce passage de l'énonciation plate, astructurée, de quelques limites, à celui d'un calcul précis de la manière dont on est limité, soit une description dynamique de la structuration de nos limites, incluant les limites posées pour commencer, et celles, éventuellement très cachées, qui en dérivent. On a une évaluation, une pondération logique de la manière dont on est limité. Bref, on dispose de la logique nécessaire induite par un manque inévitable.

Insistons bien sur le fait que tant Galois qu'Einstein ont parfaitement conscience du fait que je souligne : Galois écrit quelque part que ce dont il s'occupe c'est de « l'ambiguïté dans la résolution des équations », et Einstein, à propos de la relativité générale, écrit : « Pour la description physique des événements de la nature, aucun des corps de références ne se distingue des autres ».

Dans le cas de l'équation envisagée « $x^2-2=0$ », l'impossibilité de discerner algébriquement entre $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$, les deux racines, se traduit par le fait que le groupe de Galois est le groupe de toutes les permutations sur deux éléments, soit le groupe noté $S2$ ou $Z/2Z$, et la logique de la manipulation « covariante » des racines est celle des opérations de ce groupe sur des ensembles quelconques, soit en fait la logique des miroirs envisagée pour commencer ce paragraphe.

Mais des équations plus complexes donneront lieu à des groupes de Galois plus complexes, d'où des logiques et des arithmétiques également plus délicates. Toutes ces arithmétiques seront des expositions positives et activables d'impuissance à nommer liées à des systèmes d'indiscernabilités de plus en plus riches.

7. LA QUESTION PHILOSOPHIQUE DE LA CONTINUÏTE.

La continuité est algébrique, mais de façon « non effective » et « équivoque » : voici un « théorème » que j'ai indiqué au §2, si l'on considère que le change pur est pris en charge au plan mathématique par la notion de fonction continue. Je vais expliquer un peu de quoi il s'agit.

La continuité au sens ordinaire en mathématique, ça veut dire que l'on regarde une fonction, une transformation d'un espace dans un autre, par exemple d'un intervalle dans un autre intervalle, et que, en notant f la fonction et x la variable, si x se rapproche d'une certaine valeur a, alors pendant ce temps là f(x) se rapproche de f(a) ; si cela a lieu pour toute valeur a on dit que f est continue. Pour dire la chose intuitivement. On peut le dire autrement : si l'on a une suite de points du domaine où f est définie, suite notée $(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n, \ldots)$, et si cette suite tend vers (a pour limite) un point a, alors la suite des points images par f de cette suite

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n, \ldots),$$

soit la suite

$$(\mathrm{f}(x_1), \mathrm{f}(x_2), \mathrm{f}(x_3), \mathrm{f}(x_4), \ldots, \mathrm{f}(x_n), \ldots),$$

a pour limite le point f(a). Ainsi la notion de continuité est rapportée à celle de limite. Mais ce faisant, on n'est pas encore à un niveau très algébrique, car la notion de limite ns s'écrit pas en terme d'opération pure et simple, définie à tout coup. On ne peut pas manipuler des suites quelconques, mais seulement des suites qui ont une limite. Ce que l'on peut démontrer, c'est la chose suivante. On peut attacher à toute suite dans l'intervalle domaine de f, un point de l'intervalle, appelé le bout de la suite, et noté $\mathrm{B}(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n, \ldots)$, et ceci une fois pour toutes, de façon que si, après, je me donne une fonction f de l'intervalle dans l'intervalle, il advient que la fonction f est continue si et seulement si elle commute avec le calcul des bouts, c'est-à-dire si et seulement si, pour *toute* suite on a :

$$\mathrm{f}(\mathrm{B}(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \ldots)) = \mathrm{B}(\mathrm{f}(x_1), \mathrm{f}(x_2), \mathrm{f}(x_3), \ldots, \mathrm{f}(x_n), \ldots).$$

Une telle opération B rend donc algébrique la notion de continuité, ramenant celle-ci à la vérification d'équations toujours définies. Mais une telle opération B n'est pas unique. On vérifie que si une suite a une limite et si B est une opération « bout », *i.e.* permettant de caractériser la continuité comme ci-dessus, alors le bout de la suite doit être égal à sa limite. Et par contre si une suite n'a pas de limite il y a une indétermination sur la façon de choisir le bout, il y a plusieurs possibilités. En fait la donnée d'une opération « bout » B équivaut à la donnée d'un ultrafiltre non trivial sur l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers, donnée dont on connaît le caractère « non effectif » (le sens de ce « non effectif » devrait être précisé, ce que je laisse de côté ici). Toutes les fonctions « bouts » rendent le même service de présenter comme algébrique la continuité, et de ce point de vue sont indiscernables. Pour établir l'algébricité de la continuité, vous avez à « exhiber » une fonction « bout », à en choisir une, mais n'importe laquelle ; le résultat (qui est l'algébricité de la continuité) de ce choix arbitraire nécessaire ne dépendra pas du choix fait. On est dans une situation tout à fait identique à celle du comptage évoquée plus haut.

Mais il importe maintenant de souligner que la notion mathématique de fonction continue, d'un espace dans un autre, ne correspond pas à la question philosophique de la continuité. En dépit des gloses et commentaires nombreux sur la notion mathématique de continuité. Déjà, la notion même d'espace est fallacieuse pour parler de la continuité, parce qu'elle n'est pas destinée à vraiment exposer toute nue la notion de continuité telle que ; elle a une fonction de plus, qui est de donner à voir la continuité, pour l'œil (physique ou intérieur). La continuité réside en l'espace en soumission à la logique du regard, et là, en surplus s'exhibe la question de l'infini. Mais la continuité peut très bien se produire en situation

« finie ». En particulier la continuité qui se « voit » dans l'espace « s'entend » déjà dans la parole, au sein de ce que l'on pourrait appeler la topologie de la langue.

Si vous écrivez une séquence finie de mots où chacun est synonyme de ses voisins immédiats, vous pouvez passer d'un mot à un mot opposé. Par exemple on a la séquence typique du diplomate :

On soutient/ on encourage/ on apprécie/ on est attentif/ on suit/ on se renseigne/ on s'informe/ on est dans l'expectative/ on s'interroge/ on ne comprend pas/ on est désolé/ on est déçu/ on regrette/ on déplore/ on condamne.

Cette chaîne finie (de 15 maillons) est continue (sinon, où se coupe-t-elle ?) en vertu d'affectations locales de sens faisant tenir la synonymie locale. Mais pourtant « on soutient » et « on condamne » sont toujours antinomiques. La non-transitivité de la synonymie implique un effet de continuité entre antonymes, effet fini, discret, qui s'entend parfaitement. Effet de continuité qu'il n'est pas possible de prendre en charge avec la seule notion de fonction continue. L'ambiguïté a à y voir, comme équivoque, multiplicité fine des sens affectables à chaque maillon. Il y a là du miroitement, des groupes qui opèrent.

Les effets de cette continuité dans la dialectique (le débat en dialogue) sont immédiats. Très souvent on part de deux termes dont l'un est valorisé par rapport à l'autre. On peut alors « appliquer » la continuité que nous venons de cerner de façon à détruire cette valorisation, par une opération que j'appelle la pirouette, qui est littéralement l'image dans la langue du ruban de Möbius. Partez par exemple les deux mots « apparence » et « nature véritable », avec

Nature véritable
Apparence

« nature véritable » considéré comme au-dessus de « apparence », ce que vous écrivez :

Vous pouvez alors remplacer chaque terme par un synonyme, et puis recommencer un nombre fini de fois, pour aboutir finalement au couple renversé :

$$\frac{\text{Apparence}}{\text{Nature véritable}}$$

Ainsi vous pouvez établir la chaîne « continue » (je vous laisse la raffiner) :

$$\frac{\text{Nat. véritable}}{\text{Apparence}} \Big/ \frac{\text{Contenu}}{\text{Forme}} \Big/ \frac{\text{Donnée empirique}}{\text{Structure}} \Big/ \frac{\text{Apparence}}{\text{Nature véritable}}$$

Ainsi par continuité toute valorisation se renverse.

Je ferai aussi une remarque secondaire. La continuité, c'est également la notion de contact, que j'ai déjà évoquée plus haut implicitement en parlant de « bout ». Notez d'ailleurs à ce point un problème sérieux de la modélisation ensembliste classique pour la physique : qu'est-ce qu'un « point » de contact de deux corps matériels ? Où est-il ? Et qu'est-ce que traverser un point ? (qu'entend-on lorsque l'on dit que le courant traverse le point de contact entre deux conducteurs ?). Questions qui ne sont pas si oiseuses qu'il peut sembler au premier abord. On peut parler de contact et difficilement de point de contact, car au contact ce qu'il y a c'est un néant, ou plutôt une absence d'écart visible, ce qui relève de la négation. La traversée du point serait comme un effet de la négation, de miroir. Question d'un certain lien entre de l'espace et du groupe.

Ces effets de continuité ne sont pas liés naturellement à la seule notion de fonction continue. La raison en est que la question philosophique de la continuité est la question du même&change, du même qui change, du change du même, et que c'est ce qui travaille sous cette continuité dans la langue, comme dans l'intuition physique du contact. C'est bien ça l'enjeu du sentiment d'identité : on a le sentiment d'être toujours (encore) le même, d'être identique à soi-même, c'est-à-dire d'être le même et d'avoir changé. C'est ce que l'on entend en disant que l'on se continue. C'est cette question qui m'intéresse ici, et la façon dont la mathématique s'en occupe.

De cette question-là de la continuité, à partir du 17ème siècle, la mathématique ne s'en occupe décidément pas ; elle la coupe en deux. Il y aura, pendant un certain temps, d'une part la question du même, et d'autre part la question du change.

La question du même va déboucher sur la théorie et le calcul des groupes (*e.g.* groupes de Galois, de Lorentz), des éléments indiscernables les uns des autres en vertu de l'action d'un groupe qui les échange.

La question du change va donner lieu à la théorie des fonctions continues, qui s'occupe non pas de ce qui change et de ce qui est conservé, mais de comment ça change. Ce qui est théorisé sous l'exercice de la notion d'espace (où se juxtaposent les termes et se voient les différences) ou, de façon épurée, de la notion de hiérarchie, d'ensemble ordonné, d'ordre.

La question de la continuité du *même&change* est alors à saisir comme la question de la façon dont groupes et espaces (ordres) sont en tension mutuelle, les premiers présentant la façon dont des éléments sont en fusion, et les seconds la façon dont ils sont distincts. Durée et spatialisation.

Si l'on creuse un peu, il apparaît deux mots qui ont, vis-à-vis de cette question du *même&change* des rôles symétriques, à savoir les mots d'indiscernabilité et d'infime. En fait ils désignent la même chose, mais l'un du point de vue de la fusion, et l'autre du point de vue de la juxtaposition. Du côté des groupes en actions il y a lieu de parler d'éléments indiscernables les uns des autres, et du côté de l'espace on peut parler d'écart infime, ce qui sous-tend le calcul infinitésimal. De là, la question de la tension entre fusion et hiérarchie se rabat sur celle de la subtile différence/mêmeté entre indiscernable et infime. Là on touche le centre de la question : avec l'indiscernabilité en terme de groupe il s'agit d'un calcul *algébrique* de l'ambiguïté et de l'équivoque, calcul *fusionnant*, et avec le calcul des infimes il s'agit aussi d'un calcul de l'équivoque, mais d'un calcul *différentiant*, entre deux distincts en contact, du point de vue de l'œil, *géométrique*. Avatar de la tension algèbre/géométrie. Il s'agirait dès lors d'établir un principe général associant à tout groupe un calcul différentiel, et réciproquement, principe par lequel l'indiscernabilité et l'infimeté se transmuteraient l'une en l'autre. Programme d'activité mathématique qui me paraît intéressant.

Ce qui est remarquable c'est que la nécessité de rabouter les deux termes du même&change émerge en mathématique au 19ème siècle (cf. le programme d'Erlangen de Klein, les groupes continus de Lie), le lien véritable s'effectuant au 20ème siècle avec la notion d'espace fibré (Ehresmann). Ce que je prendrai comme une bonne modélisation de la question du *même&change*, de la continuité. Ceci, la notion d'espace fibré, est un produit de la dynamique interne propre de la mathématique, face à des problèmes techniques (liés entre autre à l'intrication de l'algèbre et de la géométrie, considérée géométriquement), mais ne s'est pas du tout déployé comme une logique ; et c'est ce que je proposerai, l'élaboration de la logique corrélative des fibrés comme pertinente pour, tout spécialement, la question du manque.

Comment parler de façon claire, de façon à en établir un calcul, de l'identité et de la continuité, de la fusion et du discernement, de la tension entre durée et spatialisation ? Il s'agit d'en faire un modèle, des modèles, de pouvoir les comparer, d'en établir une logique.

Un premier type de modèle sera donc, comme je viens de le dire, la notion d'espace fibré. Mais un second modèle, encore plus profond, est la notion de catégorie (Ehresmann d'ailleurs, après avoir défini les espaces fibrés vers 1950, a, plus tard, insisté sur le fait que ces fibrés sont des catégories).

Ce qui est *très* remarquable, c'est qu'il y a une notion, inventée en 1942-43, par Eilenberg et MacLane, qui est la notion de catégorie, donc, qui admet comme sous-cas, comme cas particuliers, les deux notions de groupe et d'ordre. Un groupe est une catégorie d'un type particulier, un ensemble ordonné est une catégorie d'un type particulier. Du point de vue du commentaire que l'on vient de faire c'est assez intéressant, puisqu'ainsi la tension, la « contradiction », entre le thème du groupe et celui de l'ordre, se trouve résorbée en l'existence d'un point de vue commun sur les deux termes. Du coup, face à cette question de la continuité, une catégorie est un objet étrange, et difficile à intuiter. Notez la différence : avec les fibrés, un nouveau concept se forge qui articule groupe et espace, mais en laissant à chacun son statut spécifique ; avec les catégories, par contre, plus puissamment dirai-je, se pose une notion (d'autre part très simple et naturelle) où groupe et espace sont absorbés comme exemples. La puissance du phénomène vient de ce que tout ce que l'on fait avec les groupes comme avec les espaces est concevable uniquement à partir du fait que ce sont des catégories (ce qui est constaté par les catégoriciens et autres amateurs de topos).

Je vous dirai en quelques mots ce que sont les catégories, ce que sont les fibrés.

8. CATEGORIES, ESPACES FIBRES.

Une catégorie est une donnée un peu plus générale qu'un ensemble, qu'un miroir, qu'un groupe, qu'un ordre, qu'un graphe.

Une *catégorie* c'est la donnée d'abord d'éléments appelés *objets* et dont la collection forme un ensemble, l'ensemble des objets de la catégorie ; et la donnée ensuite d'autres éléments appelés *flèches* (ou *morphismes*), avec la donnée pour chaque flèche d'un objet *source* de cette flèche et d'un objet *but* de cette flèche, flèches dont la collection forme un ensemble, l'ensemble des flèches de la catégorie (ceci vous pouvez le schématiser en plaçant des points sur une feuille, chacun représentant un objet, et des flèches, chacune orientée, d'un point source vers un point but) ; et la donnée enfin pour tout couple de flèches « consécutives », la première d'un objet A vers un objet B et la seconde de l'objet B vers un objet C, d'une flèche de A vers C appelée composée des deux flèches considérées, dans l'ordre considéré.

De plus, ces données doivent satisfaire à deux conditions appelées *unitarité* et *associativité*.

L'unitarité spécifie que pour tout objet A, il existe une flèche particulière de A vers A, appelée « identité sur A » telle qu'en composant cette flèche en premier avec toute flèche sortante de A le résultat soit cette dernière, et qu'en composant cette flèche en secons avec toute flèche entrante dans A le résultat soit cette dernière.

L'associativité spécifie que, étant donné trois flèches consécutives, on obtiendra le même résultat en composant la troisième avec en premier le résultat de la composition des deux premières, et en composant en second le résultat de la composition des deux dernières avec la première.

Donc les objets sont d'abord donnés comme distincts, et aussitôt on installe entre eux une mêmeté, on écrit, par les flèches représentant des liens, que tel objet entretient avec tel autre un rapport, des rapports, et on écrit (en indiquant la composition) des rapports entre les rapports. Au sein de la catégorie, les objets, distincts, ne sont pas sans rapports, et ces rapports se composent associativement et unitairement.

Cette notion de catégorie paraît un bon cadre pour penser formellement les questions que j'ai évoquées ci-dessus.

Un *espace fibré* est la donnée d'un espace E, d'un groupe G de transformations de cet espace, et d'une application continue appelée projection de cet espace E vers un espace B (appelé la base), plus des conditions que je ne préciserai pas.

Par exemple, prenons le tore pour l'espace E. On peut l'obte-nir en faisant tourner dans l'espace un cercle vertical autour d'un axe vertical de son plan ne le rencontrant pas. Le tore peut donc être découpé en tranches ou fibres, qui sont tous les cercles verticaux obtenus dans la rotation du cercle initial. Sur chacune de ces fibres, et donc sur le tore entier, opère le groupe G des angles (des rotations planes) ; l'action de l'angle θ sur un cercle fibre est la rotation d'angle θ.Et l'espace base B est un cercle, à savoir le cercle parcouru, dans la rotation génératrice du tore, par le centre du cercle initial ; chaque point du tore est alors projeté sur le centre du cercle fibre dont il est élément. Alors le tore instaure un rapport, une tension, entre le groupe des angles et le cercle base. En général, on regarde un espace fibré comme une médiation, un nouage, entre un groupe G et un espace B.

Un autre exemple est la bande de Möbius. Entre les multiples commentaires sur la bande de Möbius, je crois que le meilleur est de dire justement que c'est un espace fibré. La bande de Möbius est obtenue à partir d'une bande de papier rectangulaire en collant l'un sur l'autre deux bords opposés, en faisant subir une demi-torsion à la bande avant ce collage, les deux bords étant donc juxtaposés « en sens inverses ». Si vous promenez votre doigt sur la surface, vous avez accès à tous les points, et vous pouvez vous retrouver après « un tour » au « même point mais de l'autre côté » : il n'y a qu'une face. Cette bande est un fibré E, nouant un espace B et un groupe G. L'espace B est un cercle, à savoir le cercle médian de la bande, et tout point de la bande est projeté sur le point de B le plus proche (projection orthogonale). Le groupe G est le groupe, noté Z/2Z, à deux éléments notés 1 et r, où le composé de r avec r est 1, où les composés de r et 1 et de 1 et r sont r, où le composé de 1 et 1 est 1. Son action sur la bande de Möbius est celle où 1 agit de manière neutre (c'est-à-dire que son action sur tout élément est cet élément), et où r agit comme une réflexion, associant à tout point x de la bande de Möbius le point $r(x)$ symétrique de x par rapport au cercle médian. On a donc $r(r(x)) = x$. Ainsi la bande de Möbius est un nouage non trivial entre l'idée de miroir (G) et l'idée de trou (B), l'idée de miroitement dans une équivoque et l'idée de cernage d'un manque. Nouage spécifique que l'on peut appeler *nouage möbien*.

Ces objets, catégories, espaces fibrés, sont à peu près intelligibles je crois comme je vous les ai présentés. On pourrait aller plus loin, en établir les rapports, les comparaisons, parler de foncteurs, etc., de l'unification en terme de topos. Mais il me suffit que, à ce point, on entende mas proposition, qui est, sur le plan logique ceci : prenez les espaces fibrés, ou les catégories, comme objets primitifs pour une logique danbs laquelle on va pouvoir naturellement parler de la fusion, du manque, du trou.

9. DE L'INCONSCIENT, DU REEL.

Je vous renvoie à l'intéressant article de Sibony intitulé *Le discours scientifique de l'Inconscient* (in *Psychanalyse et Sémiotique*, Milan 1974, 10-18, n°989, pp. 93-123), où beaucoup de points sont en accord avec ce que j'en dis : l'écriture mathématique comme travail au corps de la lettre et de l'identit é, et, dans la production d'un contre-savoir qui colmaterait le réel dans l'étrange mise en rapport de formes étrangères, écriture de l'impossibilité d'écrire, par quoi le sujet, touché, ne s'est jamais absenté, et est toujours enjeu, par-delà les règles formelles du jeu de rigueur ; jeu apparenté à celui de l'idiot, sorte de jeu fort-da, décrivant des rondes dans le champs des signes, où l'écart final vient de la dialectique entre la forme de l'écrit et celle de l'espace sur lequel ça s'écrit [ceci dit sans citer précisément Sibony, mais étant obtenu par collage me convenant de certains de ses termes, en échos de ce que j'ai développer ci avant]. Et Sibony, ne cédant pas sur son « désir de psychanalyste » de *n*'écrire le sexuel qui n'est pas une mise en rapport, indique que le mathématicien, pris dans l'impasse de la stricte manipulation de « = », furète à la recherche de quelque coup, de quelque lien à inventer, pour faire que le deux inaccessible tienne en un. Mais, et c'est là que, ne cédant pas sur mon « désir de mathématicien », je diverge d'avec Sibony, je dis qu'il n'est pas vrai qu'il n'y ait dans la mathématique que cette possibilité d'errance sauvage, que ce magnifique frayage brownien avec le risque d'écriture d'un sujet supposé déchargé, mais qu'il y a quelque chose d'autre, de régulier, qui est dû à la structure même de la mathématique comme son propre métalangage, et que révèle son histoire et son contenu théorique en progrès, qui est autre chose qu'un « coup » de plus qui par avance s'échouera. Il s'agit du fait que la mathématique, tout à fait explicitement, place en son cœur la question de l'ambiguïté comme son objet (au moins depuis Galois, quoique sans trace dans la logique mathématique actuelle), et, visant à être le savoir exact de l'équivoque, y réussit, je veux dire y progresse et s'échoue, dans la mesure où, comme les vérités nues, le désir est sans calcul, certes, mais néanmoins les calculs visant le désir s'épandent en un littoral dénombré toujours recommencé, s'agencent éphémèrement, et représentent le désir comme phénomène, maintenant. Il s'agit précisément de l'ouverture aux miroirs, à la fausse nomination (ce principe de nommer dans un premier temps sans vergogne, sans souci de légitimité a priori, tout ce dont on a besoin, et d'indiquer dans un deuxième temps de quelle façon exacte les entités déclarées distinctement sont en fait indiscernables les unes des autres), à la courbure : premièrement, avec les *miroirs* il apparaît qu'il est possible d'écrire la différence sexuelle sans avoir à nommer mâle et femelle distinctement ; deuxièmement, avec le *principe de fausse nomination* et le calcul afférent de l'ambiguïté, il apparaît que même si l'on procédait ainsi, en discernant mâle et femelle, cela ne serait pas irréparable ; et, troisièmement, même si l'on ignorait les deux premiers points, la simple pratique rigoureuse de la lettre révélerait quelque chose, le réel de ce qui est écrit, qui est son incomplétude, son trouage, mais non pas seulement comme expérience intime, comme échouage sur le bord du sexuel, comme littoralité du manque, mais, encore, véritablement mathématiquement, en indication exacte de limite structurelle, indication dynamique, relance manipulable, rationnelle, chiffrée en courbure. Bref, il n'y a pas qu'un effet de traçage poétique, en action, du sexuel, de l'éclatement du Je, du manque, mais de cela une *fiction* auto-manipulable (non pas fiction au sens romanesque ou historique de récit, où gît d'une façon ou d'une autre le problème de l'origine, mais une fiction au sens mathématique, sans légimité nécessaire, en seule visée de son propre développement). D'un effet de courbure du ravissant calcul qui pense je jouis (« plaisir du sens » ?), à m'en saisir exactement, un moment, sans fin, à le calculer, et cette récurrence, propre, parmi les écritures, à l'écriture mathématique, la mathématique en conçoit le mouvement, « revendiquant son propre boitement ». Autrement dit, la mathématique écrit bien l'impossibilité d'écrire, mais pas seulement dans son exténuement, au détour imprévu de quelque théorème d'incomplétude (il y aurait d'ailleurs à élaborer une théorie de Galois à propos des théorèmes de Gödel), mais par principe, théoriquement, en toutes occasions, comme méthode, et cela parce qu'elle se constitue en libre expression.

C'est dans cette faiblesse de l'homme à lire (autre nom de sa capacité positive à se mentir) que réside la force de l'écriture. Écrivez le rapport sexuel qui ne s'écrit pas, parce que ce que vous écrirez vous ne pourrez le lire, et en éprouvant cette impossibilité, d'autant mieux que votre écriture sera exacte, vous en saurez du sexuel. Dans cette écriture, il s'agit de ne pas confondre les enjeux de pouvoir, de décision, d'éléments décisifs, d'opinion, de libre expression, non plus que, la vérité formelle locale et la vérité formelle globale, de sorte qu'il n'est pas question que cette écriture soit prise pour le « tout ultime décisif » de la personne algébrisée, mais bien comme une *trace formelle* d'inavoué en d'autres termes. Ainsi sera énoncé (« énoncer, c'est construire un espace, orienter, déterminer, établir un réseau de valeurs référentielles, bref un système de repérage » [Culioli]) le mode singulier en lequel la personne réalise cette propriété fondamentale de l'homme de « pouvoir se mentir à soi-même », élabore l'espace de son *bovarysme* (ce qui est défini par de Gaultier comme « le pouvoir départi à l'homme de se concevoir autre qu'il n'est », et que dans sa thèse [p. 75 dans l'édition du Seuil, 1975)] Lacan considère comme le drame de la personnalité). Et quand je dis « espace », il s'agit aussi bien de « catégorie » (au sens de cette notion en mathématique), tant il s'agit de donner à lire un langage, et qu' « un langage est d'abord une catégorisation, une création d'objets et de relations entre ces objets » (Benveniste). Cette image de votre structure mensongère, homologue à la structure nécessairement éclatée de votre Je, il est bien question de ne pouvoir la lire, et à ce jeu, la forme géométrique multidimensionnelle est particulièrement adaptée, dans son ménagement des équivoques, par l'exercice d'un parcours à refaire encore par votre œil.

Mais à cela j'ajoute : l'Inconscient structuré, certes, mais non pas comme tel ou tel espace mathématique modèle construit de l'Inconscient, comme tel ou tel système clos, même si, je l'ai souligné, cette clôture écrit implicitement ses limites, et ainsi pointe hors d'elle-même, mais structuré comme l'univers de ces pointages hors d'eux de tous les espaces, c'est-à-dire comme La Mathématique, qui cerne l'inanité de chaque structure mathématique vis-à-vis du monde. La Mathématique, considérée comme la circulation qui voudrait se maîtriser dans le vide sidérant entre les formalisations, serait la structuration (non mathématique) de l'activité de l'Inconscient. Ce que propose cette position, c'est très exactement un dispositif parallèle à celui, psychanalytique, de passage dans le chas de l'aiguille de la parole, à savoir le dispositif de passage de l' »instinct » dans le chas de l'aiguille de la rigueur, l'impératif de production non équivoque de mathématiques solides (non équivoque, même s'il s'agit de mathématiques proposant des modélisations de l'équivoque). Ce n'est donc pas tant les miroirs, où les fibrés, qui sont des modèles de l'Inconscient, – ce ne sont que de bons faux-modèles (bons au sens où il s'y introduit explicitement des véritables possibilités de manipulations délimités rigoureuses de l'ambiguïté – ce qui n'est pas fait par les logiques classiques) –, mais c'est le *travail* avec ces différents faux modèles, l'énonciation de leurs insuffisances, qui lui représente en acte quelque chose de l'activité de l'Inconscient. Il y a de l'ambiguïté, qui fait la libre expression, cela admet des représentations, mais il n'y a pas de représentation privilégiée, universelle, qui se constituerait comme le « Moi » saisissable (d'où jaillirait le vrai) de la question mathématique, question qui ne se livre que dans cet éclatement de ses représentations formelles. Et c'est là l'*unité* des mathématiques, qui n'est pas un objet mathématique. Ici donc on rejoint la formule de Lacan : « l'Inconscient structuré comme un langage », à entendre donc comme « langage naturel » et non pas comme « langage formel » ; soit la nouvelle formule : l'Inconscient structuré comme le langage naturel que constitue la Mathématique, où se disent les actes mathématiques. Ou brièvement :

l'inconscient structuré comme la mathématique.

Formule qui n'a rien à voir avec l' « amour malheureux de la logique », ni avec « la rationalisation de l'irrationnel, la formalisation du fidéisme ».

Je ne propose pas l'Inconscient comme structuré comme tel ou tel texte mathématique, voire comme telle ou telle théorie, mais comme le *travail mathématique*, voire plus spécifiquement comme *le travail mathématique pour modéliser l'Inconscient*. travail qui échoue, en particulier à cause de (grâce à) ce parti pris net pour l'espace et l'écriture de lui-même, et dont l'échec est la structure. Il ne reste qu'à s'y mettre, sans pour autant confondre l'histoire et la mathématique, les deux sens de *fiction*.

De cette façon d'imaginariser l'Inconscient, l'efficace sera de fournir une symbolisation mathématique en forme de modèle du réel en lequel ce travail inconscient livrerait de ses effets littéraux. Modèle qui sera donc un reste rationnel du travail de l'Inconscient.

Question du réel, donc. Pour la physique classique, l'espace réel est formé de points, tous nus, sans intériorité, visibles, entretenant, de par leur espace ambiant, des rapports externes les uns aux autres. À la lumière de ce que je viens d'évoquer et avancer, sur les groupes, les miroirs, sur le sujet qui ne consiste qu'éclaté en des instances articulées, une autre conception pointe.

Le réel serait basé sur le phénomène premier de la duplication et de la duplicité. L'idée serait de considérer une sorte de super-espace R dont chaque point soit lui-même déjà un espace, un pulseur, le super-espace étant une organisation de toutes ces pulsations entre elles. De cette idée, on peut donner un modèle mathématique assez propre. Dans cette veine, Thom propose quelque chose de ce type, mais encore ancré dans la spatialité : pour lui l'espace serait constitué de points structurés concrètement, chacun de ces points étant un oscillateur harmonique. Il pense que ce type d'espace pourrait être utile pour la physique quantique. Ce que j'envisage, quoique en gros semblable, est en fait différent. Mes points ne seraient pas du tout des objets de la physique, mais, tout simplement, des dualités, chacune étant, au plan logique, considérée comme une proposition élémentaire, et l'hyper-espace étant le lieu de l'inscription de la logique nécessaire dans la confrontation de ces propositions. Une façon précise de réaliser un tel modèle sera, comme je le propose à la fin du §2, de prendre pour R la catégorie des morphismes entre fibrés. Catégorie qui est un assez bon modèle du lieu de l'activité mathématique aujourd'hui. Chaque fibré est une tension entre un groupe et un espace (de base), et possède donc un calcul propre d'obstructions, de courbures, et de là une logique qui lui est interne, et R expose comment tous ces fibrés, toutes ces tentatives pour capter du manque (du trou, du miroitement) s'échouent les unes sur les autres, comment toutes ces petites raisons closes courbées sur elles-mêmes se chassent l'une l'autre, comment toutes les covariances se contredisent et covarient. Ce super-espace `R` est la covariance de la covariance, l'inscription d'une logique nécessaire induite par les prises en charge de l'équivoque.

De la sorte `R` est l'horizon de ces tentatives, de cette façon d'envisager la raison du biais de la tension et de l'équivoque d'abord. Je dirai que `R`, comme lieu de l'activité mathématique en tant qu'elle est et qu'elle a le souci de l'équivoque, est la courbure de cette raison, la mesure de son autogiration, de sa fuite hors de soi, de sa répétition.