Théorie cohomologique du sens*

René GUITART

"Surface est le caractère d'un discours..."
Lewis Carroll, *The dynamics of a parti-cle*[1].

Je propose d'examiner le rapport du sens au vrai, de poser que

$$\frac{\text{Galois}}{\text{Boole}} = \frac{\text{Sens}}{\text{Vrai}},$$

et puis de commencer à comprendre le *sens* de tout discours comme une *classe de cohomologie* d'un certain espace déterminé par ledit discours.

1 Le chiasme du vrai et du sens

Tenir un discours, c'est *disposer du vrai*, c'est-à-dire c'est supposer que l'on aurait à son service quelques vérités, ou soi-disant vérités, et les lier entre elles placées dans un tissu argumentatif, ou pseudo-argumentatif : on prétend *dire vrai.* Le discours proféré est censé *tenir*, c'est-à-dire non pas être vrai, mais être envisageable comme une architecture plausible de vérités ; et, simultanément, quelqu'un *le tient* à quelqu'autre, c'est-à-dire qu'il est posé, avancé, promu, valorisé, parce que quelqu'un *y tient.* Et bien sûr, en quelque sorte, le discours *tient* sous sa dépendance tant celui auquel il s'adresse que celui qui le profère. Alors trouver le sens c'est d'abord déterminer les diverses possibilités de tenues[2].

Le terme de '*tenue*' importe grandement ici, mis en parallèle et en contraste avec le vrai ou la vérité : les propositions sont *vraies*, tandis que les discours ont

*D'après la conférence du même titre déjà publiée dans [*Séminaire Itinérant de Catégories* du samedi 08 novembre 2003, compte-rendu, 2004-10/Mars 2004, LAMFA-CNRS UMR 6140, 39-47]. Le texte déjà publié, de 9 pages, était une version un peu écourtée, pour correspondre effectivement au contenu prononcé dans le temps imparti. Nous y substituons maintenant cette *version finale complète* achevée le 9 février 2004.

[1] Cité par G. Deleuze, *Logique du sens*, Éditions de Minuit, 1969, p. 21.

[2] Pour une discussion détaillée de la question du *sens* — terme dont la polysémie fait évidemment écho à celle du terme *tenue* — dans la perspective esquissée ici en ce premier paragraphe, voir : R. Guitart, *Le chiasme du vrai et du sens, à la lettre*, §I de la conférence *Le sens comme floraison catégorique*, du 8 janvier 2003.

de la *tenue*, ils tiennent. Le chiasme est la manière dont *tenue* et *vrai* s'entre-déterminent l'un l'autre, jusqu'à être parfois pris l'un pour l'autre, en relation renversée. D'un côté en produisant un discours ayant de la tenue on prétend convaincre de vérité, de vrai, et de l'autre côté, on s'assure de la tenue d'un discours en fonction de la façon dont il s'arrange avec le vrai. La tenue et le vrai ou la vérité sont comme l'ouvert et le fermé, comme l'infini ou *non finito* et le fini. Du côté de la tenue le discours n'en finira pas, et de celui du vrai il ne serait jamais trop court. On pourrait forger une figure à la manière de Saussure : $\frac{\text{Tenue}}{\text{Vrai}}$, à moins qu'il ne faille écrire le contraire : $\frac{\text{Vrai}}{\text{Tenue}}$, pour représenter notre vue ici du discours.

Tenue[3] (∼1165) a d'abord été un terme de féodalité, là où on disait plus souvent *tenure*, puis il a désigné ce que l'on tient (1373) et exprimé la continuité, la suite (XVIème), sens qui a vieilli sauf dans la locution *d'une tenue* (1636). Il désigne spécialement en musique la continuation d'un même son sur une touche (1680). Depuis le début du XVIIème, il fournit le nom d'action correspondant à *tenir séance* (la *tenue de séance*). Au XIXème, on dit tenir une maison, tenir une gestion. Il exprime aussi le fait et la manière de tenir en place, de se tenir, spécialement en équitation (XVIème) et en marine (1680), et la manière de se tenir, d'être habillé, comme dans *grande tenue* (1798) pour "uniforme de parade". Dans *la tenue* nous privilégierons ici — sous l'habit ou le protocole — la manière de tenir, l'acte de tenir, le simple fait d'effectivement se tenir, et toujours avec une dimension temporelle et le sens d'un acte d'un sujet. Bien entendu, plus précisément finalement, ce sera d'abord à partir des usages de la locution *tenir un discours* que nous tiendrons nos sens préférés du substantif *tenue*. Nous proposons donc, pour notre usage, ceci : la *tenue* est *une intervention par laquelle du même continue*, ou encore : *l'événement de la poursuite continue du même*.

Pour affiner encore un peu la détermination que nous préférons ici pour *tenue* tournons-nous un moment vers l'exercice de sa traduction. En anglais, notre *vrai* et notre *vérité* sont *true* et *truth*, et nous traduirons *tenue* par *hold* ou même par *holding*. Du côté de l'allemand, notre *vérité* est *Wahrheit*, et notre *vrai* est *wahr* (das ist wahr = cela est vrai = this is true), ce qui a à voir avec la fermeture d'une *persistance* finie (wahren = conserver, garder, währen = durer, persister) ; tandis que nous rapprocherons notre *tenue* du terme de *Zusammenhang* — qu'Herbert Holl traduit en français par *contexture* — avec, ici, l'idée d'une cohésion en acte, d'un mouvement qui assemble, que nous prenons sous condition d'une ouverture en devenir ; on pourrait traduire encore en français par *mise ensemble* ou *assemblage*.

Nous symboliserons donc la question de l'analyse d'un discours vers son sens par une graphie montrant le discours comme ce qui se glisse entre Zusammenhang et Wahrheit ou wahr, comme la pulsation entre ces deux pôles d'assemblage actif et de persistance passive : $\Delta \gg \frac{Z}{W}$. Où bien, en anglais, nous écrirons $\Delta \gg \frac{H}{T}$. Mais, notre idée étant maintenant précisée par cet exercice, nous pouvons revenir

[3] *Le Robert, Dictionnaire historique de la langue française*, 1998, tome 3, p. 3791.

au français, à nos termes Tenue et Vrai, et écrire[4] :

$$\Delta \gg \frac{T}{V}.$$

Par exemple — mais c'est seulement *un* exemple parmi de nombreux genres de discours — une démonstration d'une proposition est un discours. Son sens est dans l'ordre de l'*exactitude*, ce qu'il faut distinguer de la vérité de la proposition prouvée. Et donc une démonstration *tient* en tant que démonstration à la mesure de l'impression d'exactitude qu'elle produit, si bien qu'elle se doit à elle-même de paraître exacte : son sens se dégagera d'après son mode opératoire pour produire cette apparence — que celle-ci soit une illusion ou non, c'est là une autre question, seconde. Ce qui compte c'est son style, sa tendance, la façon dont elle incline à l'exactitude. Cette inclination sans profondeur *est* son sens primordial. La face miroitante qu'elle offre à saisir ; et le sens n'est pas ce qui miroite, mais le fait même que ça miroite, le miroitement.

Chaque genre de la rhétorique, ou genre de discours oratoire, renvoie à une sphère de sens spéciale. Ainsi, pour reprendre les distinctions d'Aristote, le *délibératif*, par exhortation et dissuasion, est tourné vers l'avenir, et a pour but de dégager l'intérêt et le dommage ; le *judiciaire*, par accusation et défense, est tourné vers le passé, et a pour but de dégager le juste et l'injuste ; le *démonstratif*, par éloge et blâme, est tourné plutôt vers le présent, et a pour but le beau et le laid moral. Il y a donc ainsi trois sphères de sens basiques qui sont l'avantageux, le juste, le bien, que des discours visent. Mais on n'exclut pas pour les enjeux du sens d'autres dimensions de genres discursifs, tels que le tragique, le comique, le poétique, etc., qui emportent leur propres sphères de sens. Et en fait, dans un discours réel les différents genres peuvent successivement intervenir, et ce n'est pas la plus faible ressource, pour l'élaboration du sens par le discours, que ces changements de genre.

On considérera donc que connaître le sens d'un discours c'est savoir comment — y compris en sortant de sa sphère propre — il atteint ou il rate son but dans sa sphère, dans son genre : comment un discours délibératif montre l'avantage, comment un discours judiciaire dégage le juste, comment un discours démonstratif exhibe la beauté morale, etc. Et prioritairement nous voudrions élucider dans ce 'comment' ce qui s'atteint en termes de vérité.

Car à la racine de toutes les sphères de sens il y a un "prétendre dire vrai" en acte, motif prétendu d'un "vouloir intéresser", à la manière de : ce que je dis doit vous intéresser, puisque je dis vrai : je vous dis du vrai, et je vous le dis vraiment et véridiquement. Entendons bien, d'abord, que celui qui profère un discours situe toujours de fait ce discours par rapport à la prétention que le contenu en soit vrai — et là la mauvaise foi consciente a toute la place nécessaire à son épanouissement ! — mais surtout, ensuite, que, en permanence — et éventuellement s'il le faut malgré lui — il asseoit la poursuite du discours sur la

[4]Ici, en cette *abréviation* graphique '$\gg$' ne signifie pas 'beaucoup plus grand', mais fonctionne visuellement et indique bien, comme le ferait un coin ou la pointe d'une flèche, que Δ s'insère entre T et V, et vaut pour la barre horizontal qui sépare ces deux lettres.

présupposition qu'en maintenant sa propre cohérence intime, en persévérant dans sa contexture, en insistant sur la continuation ouverte de sa propre découverte, il dit vraiment ce qu'il veut dire. Ce que prouve le bougé entre les genres, et, en chaque genre, le déplacement entre les univers de chaque proposition, entre les points de vue successivement activés — points de vues explicites ou implicites, dits ou non-dits ; en bref l'auto-mouvement du discours, auto-mouvement à la fois voulu et non-voulu, dessinant la manière dont il tient — on pourrait dire la manière dont il se défend, dont il se débat — est la composante de base du sens, en tous les genres. Autrement dit, on se demandera, d'un discours quelconque, comment il se débrouille avec la vérité. Que celui qui tient le discours s'en prenne toujours à la vérité, cela est notre hypothèse, et on peut la justifier par l'*illusion spéculative*[5] — à savoir celle de *croire qu'en parlant on finirait bien par s'expliquer* — alias le *narcissisme.* Si l'on tient à limiter la portée de notre tentative, on peut dire qu'il s'agit de saisir par un calcul le *sens narcissique* de tout discours — soit encore sa fascination parfois très secrète par la question du vrai — laissant pendante la question de savoir s'il en est d'autres espèces.

Ainsi nous considérerons, sans avoir plus à entrer ici dans la spécificité des genres, qu'un discours est *un agencement de propositions* ou *une disposition de présuppositions*, ou encore *une géométrie de logiques*, et qu'il est fait pour *tenir.* Chaque proposition dépend d'une logique où réside sa valeur de vérité hypothétique, et vaut dans le discours comme présupposition ; et l'agencement ou la disposition des proposés ou présupposés détermine une géométrie de logiques qui expose la forme même de l'argumentation. Contrairement à la vérité de chaque proposition — donc chacune est a-sensée — le sens du discours — qui lui est a-logique — ne tient pas à une permanence, comme lorsqu'une proposition qui est démontrée est par suite vraie pour toujours, mais au contraire tient aux effets de changement que procure l'argumentation entre les logiques locales propres à ses propositions. Le discours, dans sa linéarité, est comme un chemin voyageant entre des logiques, organisant un jeu des vérités, effectuant une *modulation du vrai.* Un *assemblage vif* de *persistances immobiles* — pour reprendre des termes dégagés plus haut. Ou encore : un *changement* de *mêmeté*, ce qui se rapporte à notre élaboration ailleurs du

Même&Change,

pour traiter de la logique de l'excès[6]. Le *Même&Change* vaut pour : *Vrai&Tenue.* On peut ainsi noter encore la question du sens un peu modifiée sous la forme :

$$\Delta \gg \frac{\text{Change}}{\text{Même}}.$$

Le fleuve n'est pas immobile, parce que ce n'est pas seulement un lieu, mais aussi il est un voyage dans lui-même considéré comme lieu : c'est de ce point de vue que nous disons que le discours est un chemin qui voyage.

Au début du *porte-plume d'Alger*[7], Francis Ponge situe le voyage comme sus-

[5] voir F. Jacques, *Dialogiques*, PUF, 1979, p. 40-45.

[6] Voir : R. Guitart, L'assimilation et l'excès de l'acte sur le logique, in *Mélanges Jacques Roubaud*, Mezura 49, 2001, p. 209-227.

[7] F. Ponge, Le porte-plume d'Alger, in *Méthodes*, folio essais 107, p.79-92.

pendu entre l'action et la contemplation, comme une manière toute particulière de voir : "c'est une vision d'un présent fugace, d'un avenir qui cesse de l'être, d'un passé en passe de le devenir". C'est aussi cela à quoi nous songeons avec notre expression :

le discours est un chemin qui voyage.

Pulsation entre tenue et vrai, entre change et même, le discours est un chemin qui voyage en l'espace que lui-même déploie, et son sens est ce mouvement, la forme de ce mouvement.

Nous considérons donc que le discours met en place comme une sorte de *variété logique* ou *multiplicité logique*[8] — "variété" ou "multiplicité" signifiant ici "manifold", tout comme on parle de variété topologique ou différentielle — et qu'en même temps il effectue un mouvement dans cette variété. Ce mouvement vient de ce que toujours quand on parle on prétende *dire vrai*, si bien que la première fonction du discours s'avère celle d'une mise en forme autour du vrai ; voilà pour le motif sinon pour le moteur. Ce mouvement accompagne le fait que le discours semble tenir, et, en quelque sorte, il rectifie la chute du sens. Aussi saisir le sens c'est saisir la spécificité de ce mouvement, et la teneur de cette tenue apparente ; on cherchera de quelles tenues hypothétiques et de quelles prémisses inavouables ou innocentes on peut croire que le discours s'autorise, quand, de fait, il tient, semble-t-il. C'est-à-dire que l'on cherche à partir de quoi il tiendrait, s'il se stabilisait, s'il se terminait effectivement, nous voulons dire s'il disait expressément par lui-même qu'il est terminé, qu'il a dit pile ce qu'il avait à dire.

Le sens d'un discours proféré est prioritairement ceci : quand un discours est dit, un mouvement dans une variété logique a lieu — ou pour mieux dire : d'un mouvement une variété logique advient — et *le* sens du discours est prioritairement le sens de ce mouvement d'émergence d'une *surface* ; lu ensuite *sur* la surface, ce sens est lui-même d'un glissement multivoque — il n'y a pas de *bon sens* mais que du *paradoxal* — et ce sens consiste en le système de toutes les manières possibles de faire tenir le discours en y spéculant des postures énonciatives non-explicitées. De même que la saisie d'une surface ne tient objectivement que par la coprésence de tous les chemins en elle-même, chaque tenue effective — quand on croit saisir 'le' sens — consistant seulement à construire un chemin particulier et singulier. Nous proposons que ce sens soit donc à construire comme décèlement de non-dits faisant tenir le discours, dans un environnement *logico-différentiel.*

Thèse 1 [Auto-mouvement] *Tous genres confondus, un* discours *est toujours au moins un agencement de présupposés dont chacun relève d'une logique propre, et il a pour horizon de* tenir *ensemble, argumentativement, ces présupposés.*

Pour tenir, justement, un discours produit comme une modulation du vrai, *et s'anime d'un auto-mouvement entre les logiques locales de ses divers présupposés.*

Comprendre le sens d'un discours c'est prioritairement comprendre son auto-

[8] Nous laissons pour une autre occasion la définition générale de ces *variétés* ou *multiplicités logiques*, et l'étude de leur catégorie, nous contentant ici — voir un peu plus loin — de l'exemple des corps finis de caractéristique 2, les $GF(2^n)$.

mouvement.

▷ Considérons comme premier exemple très simple le mini-discours suivant :

$\Delta \equiv$ *Il fait beau, mais j'ai mal aux pieds.*

On peut considérer qu'il est de la forme :

$$\Delta \equiv B\mu M,$$

où $B =$ 'Il fait beau' et $M =$ 'j'ai mal aux pieds' sont des *propositions*, et donc susceptibles d'être vraies ou fausses, et où $\mu =$ 'mais' n'est pas un connecteur logique mais est du *tissu argumentatif*, non-logique, si bien que Δ n'est pas une proposition et n'est pas susceptible d'être vraie mais, en effet, est un discours, et a du sens. La question du sens de Δ se résoud spontanément par *spéculation*, et il y a là plusieurs possibilités.

On peut se dire — première hypothèse — que celui qui parle veut signifier que puisqu'il fait beau il ne devrait pas ressentir ses rhumatismes, alors que justement il les ressent. On écrira cette interprétation sous la forme

$$(B \Rightarrow \neg \not M) \wedge M.$$

On peut aussi se dire — deuxième hypothèse — que celui qui parle veut signifier que puisqu'il fait beau on pourrait aller se promener, mais que, puisqu'il a mal aux pieds, on ne le peut pas. En notant $P =$ 'nous pouvons aller nous promener', on écrira cette interprétation sous la forme

$$(B \Rightarrow \not P) \wedge (M \Rightarrow \neg \not P).$$

Les lettres barrées sont celles de propositions imaginaires, qui ne sont pas dites, dont l'interprète ajoute l'hypothèse, et qui lui permettent de bâtir un énoncé propositionnel imaginaire qui pourrait être 'vrai', et qui permet donc de supposer qu'il y a moyen que ce qui est dit soit 'logique' et 'conséquent', alors que cela semblait décousu, et comme un coq-à-l'âne. En bref, ainsi l'interprète fait tenir l'énoncé.

▷ Considérons un second mini-exemple, où cette fois la question ne soit pas celle d'un coq-à-l'âne, mais la question duale, d'une apparente contradiction, d'un paradoxe.

Un jour où je lui demandais si elle trouvait bon ce qu'elle mangeait, ma fille Hélène me répondit :

$\Gamma \equiv$ *C'est très bon et je n'aime pas ça.*

Le paradoxal ici advient si l'on comprend 'et' comme un connecteur logique entre deux propositions contraires $B =$ 'C'est très bon' et $\neg A =$ 'je n'aime pas ça', et que l'on lit : $B \wedge \neg A$; mais plutôt il faut encore penser qu'il s'agit d'un discours, que $\epsilon =$ 'et' est plutôt du tissu argumentatif, et lire

$$\Gamma = B\epsilon\neg A.$$

Une spéculation faisant tenir ce discours — mais bien d'autres sont possibles — sera par exemple : du point de vue commun $\not C$ c'est très bon, et de mon point de vue individuel $\not I$, je n'aime pas ça. Ce que l'on écrira :

$$(\not C \Rightarrow B) \wedge (\not I \Rightarrow \neg A).$$

Les discours ont du sens à la mesure de l'*étonnement* qu'ils suscitent, ce dont les modèles les plus basiques sont le coq-à-l'âne et le paradoxe. Nous saisissons ce sens, multivoque, par l'élaboration spontanée de propositions imaginaires qui donnent comme des explications logiques provisionnelles qui font tenir le discours. Ces propositions imaginaires doivent être distinguées des propositions du discours, car elles n'y sont pas inscrites ; mais dans la spéculation pour tenir, on les fait intervenir comme si c'étaient des propositions ordinaires, susceptibles d'être vraies ou fausses ; ce dont il faut se départir pour enregistrer mathématiquement le sens proposé par la spéculation : d'où l'usage des lettres barrées[9].

On fabrique telle ou telle spéculation en imaginant quelques propositions qui auraient été barrées, biffées, puis réellement omises *in extremis* ; on procède à une reconstitution de ce qui manque. Et notamment on reconstitue les destitutions de ce qui surdétermine, en déniant tel fragment énoncé 'E' que l'on trouve excessif, en l'installant dans un '$(E \Rightarrow \neg \not V) \wedge \not V$', où $\not V$ est, lui, censé être affirmé, ce qui finalement vaut pour une correction, pour le remplacement de E par $\not V$.

Le fait de suivre un discours, de n'en pas décrocher, dépend du processus de production de ces propositions imaginaires manquantes ; ce qui ne demande pas la croyance que ces propositions soient les bonnes. L'important est bien que l'on cherche le sens dans un manque ou une incomplétude et que donc il doive toujours manquer toujours quelque chose à ce qui peut avoir du sens, le sens apparaissant ensuite comme les manières dont ça pourrait, tout hypothétiquement, se compléter. En effet chacune de ces complétions est révélatrice des degrés de libertés et mouvements en cours du discours.

Dans nos exemples ci-dessus, ce qu'on a fait pour compléter et faire tenir a été de déployer du sens argumentatif de μ et de ϵ, jusqu'à 'comprendre'. On aura saisi qu'il ne s'agissait pas de connecteurs logiques mais de *fragments discursifs hypothétiques* telles que $\mu_1 = (? \Rightarrow \neg ?\not ?) \wedge ??$ ou $\mu_2 = (? \Rightarrow \not P) \wedge (?? \Rightarrow \neg \not P)$, et puis $\epsilon = (\not C \Rightarrow ?) \wedge (\not I \Rightarrow ??)$.

On verra plus loin qu'on peut aussi y penser comme permettant de construire des *fonctions discursives* associées aux discours, lesquelles fonctions débordent expressément du cadre des *fonctions logiques*.

Mais pour le moment nous nous contenterons de formuler ceci :

Thèse 2 [Système des tenues] *Chaque discours possède un auto-mouvement,* comme si *quelque chose lui manquait qu'il cherchait. C'est à la mesure d'un tel manque nécessaire que le discours peut nous étonner et donc avoir du* sens. *On trouve du sens par les* tenues *hypothétiques que nous élaborons, tenues qui sont les manières de compléter le discours.*

Le sens *d'un discours consistera en la forme du système de toutes ses tenues.*

[9] Lesquelles en effet seront conduites plus loin dans nos explications à prendre éventuellement des valeurs imaginaires, dans $GF(4)$.

2 De Boole à Galois

Si l'on cherche[10] une proposition X telle que $X = (X \Rightarrow \neg X)$, cela se transforme en $X^2 = X + 1$, et si l'on admet la loi booléenne que $X^2 = X$, on aboutit à $X = X + 1$, ce qui est impossible. Il n'existe pas de telle X qui soit une vraie proposition. Autrement dit, l'équation $X^2 = X + 1$ n'a pas de solution dans $GF(2) = Z/2Z$, le corps des entiers modulo 2. Par contre, si l'on se place dans le corps

$$GF(4) = GF(2)[X]/(X^2 + X + 1) = \{0, 1, \not{S}, \not{A}\},$$

on a deux solutions pour $X^2 = X + 1$, qui sont justement les éléments notés $\not{S}$ et $\not{A}$, qui vérifient donc $\not{S} + \not{A} = 1$, $\not{A}\not{S} = 1$, $\not{A}^2 = \not{S}$, $\not{S}^2 = \not{A}$. Avec Grosjean[11], on considèrera que $GF(4)$ est un *corps de rupture de paradoxe logique.* Avec Vappereau[12], on considèrera que l'on peut traiter du *fait de dire* par un certain calcul propositionnel modifié, qui s'avère essentiellement équivalent au calcul avec $GF(4)$: alors nous penserons que $\not{S}$ et $\not{A}$ représentent des *postures énonciatives*, ou encore des *places de sujets.* Les propositions imaginaires, marquant des points de vues absents dans les discours, pourront donc naturellement recevoir comme valeurs de telles entités.

À vrai dire, mon premier soupçon — qui m'a conduit à penser que la question du sens soit à la question de la vérité comme Galois est à Boole — est venu avec l'ensemble des parties d'un ensemble fini n, soit l'ensemble

$$\mathcal{P}(n) = 2^n,$$

et le fait que, d'une part, toute algèbre de Boole finie soit de cardinal 2^n, et que, d'autre part, tout corps fini de Galois de caractéristique 2 soit de cardinal 2^n. D'où la question : quel rapport entre les structures d'algèbre de Boole et les structures de corps fini de Galois sur 2^n ?

Dans un sens, si l'on considère une base $\beta = (e_1, e_2)$ de $GF(4)$ sur $GF(2)$, on pose $t = e_1 + e_2$, on a une bijection $\hat{\beta} : GF(4) \to GF(2)^2 : x \mapsto \hat{\beta}(x) = (x_1, x_2)$, avec $x = x_1e_1 + x_2e_2$, avec $x_1, x_2 \in GF(2)$; et si l'on note $t = e_1 + e_2$, et que pour $x = x_1e_1 + x_2e_2$ et $y = y_1e_1 + y_2e_2$, avec $x_1, x_2, y_1, y_2 \in GF(2)$, on pose :

$$x \wedge_t y = x \wedge_\beta x = (x_1.y_1)e_1 + (x_2.y_2)e_2,$$

on détermine une conjonction booléenne $\wedge_t$ ou $\wedge_\beta$ — qui est donc une fonction $\wedge_\beta : GF(4)^2 \to GF(4)$ — et en ajoutant comme négation $\neg_t$ ou $\neg_\beta$ donnée par

$$\neg_t(x) = \neg_\beta(x) = x + t$$

– qui est donc une fonction $\neg_\beta : GF(4) \to GF(4)$ – on trouve une structure booléenne sur $GF(4)$. Comme il y a 3 bases possibles, à savoir $(\not{S}, \not{A})$ pour $t = 1$,

[10] R. Guitart, *Évidence et étrangeté*, PUF, 2000, p. 36, 130.

[11] P. V. Grosjean, La logique sur le corps de rupture des paradoxes, *Logique et Analyse*, Nouvelle Série, 16 ème année, mars-juin 1973, p. 535-562.

[12] J.-M. Vappereau, (1)- Thèses sur le ruisseau ardent, *Cahiers de lectures freudiennes*,13, Le schéma optique, Lysimaque 1987, p.113-131. (2)- Ha ! Mon très Hâle (Les itinéraires du dire), *Lu*, Topologie en Extension, Paris, 1998, p. 229-239.

$(1, \not{S})$ pour $t = \not{A}$, et $(1, \not{A})$ pour $t = \not{S}$, il y a sur $GF(4)$ ainsi 3 structures booléennes isomorphes dont le zéro soit 0 et dont l'addition soit l'addition $+$ fixée dans $GF(4)$.

On trouve une formulation algébrique de chacune des conjonctions, soit la formule de ce que nous appellerons la *conjonction mobile* $\wedge_t$, définie pour $t \neq 0$:

Théorème 1 *Toutes les conjonctions de $GF(4)$ entrent dans la formule*

$$x \wedge_t y = x^2y^2 + t(x^2y + xy^2),$$

et donc si $x^2 = x$ et $y^2 = y$, alors $x \wedge_t y = x.y$.

Dans l'autre sens, du booléen vers le galoisien, on démontre :

Théorème 2 *Dans $GF(4)$ on a :*

$$x.y = \textstyle\sum_{(i,j,k)\in\{1,\not{S},\not{A}\}^3} (x \wedge_i 1) \wedge_j (1 \wedge_k y).$$

On voit donc ainsi $GF(4)$ comme une *multiplicité logique*, avec un atlas à trois cartes booléennes, la loi de corps résultant d'une combinaison globale symétrique des lois locales booléennes.

Cela suggère aussi d'associer à toute relation ternaire $T \subseteq \{1, \not{S}, \not{A}\}^3$ sur $\{1, \not{S}, \not{A}\}$ une loi binaire notée $._T$ donnée par

$$x._T y = \sum_{(i,j,k)\in T} (x \wedge_i 1) \wedge_j (1 \wedge_k y).$$

Pour $T = \{1, \not{S}, \not{A}\}^3$ on a donc $._T = .$, et, à l'autre extrême, si $T = \{(1,t,1)\}$ alors $._T = \wedge_t$.

La loi de corps est donc comme au sommet d'un édifice dont la base est formée des trois lois booléennes. L'exploration de l'édifice consistera à calculer séparément les valeurs algébriques de ses atomes que nous verrons comme des conjonctions généralisées que nous nommerons ici *jonctions* et noterons ${}_i\overset{j}{\otimes}_k$, et données par :

$$x \;{}_i\overset{j}{\otimes}_k\; y = (x \wedge_i 1) \wedge_j (1 \wedge_k y),$$

soit, transformées en formules polynomiales, avec donc $i \wedge_j k = i^2k^2 + j(i^2k + ik^2)$:

$$\begin{aligned} x \;{}_i\overset{j}{\otimes}_k\; y = {} & [i \wedge_j k + (i^2 + k^2 + 1) + j(i + k)]xy \\ & +[i \wedge_j k + i^2 + j(i + k^2 + 1)]x^2y \\ & \quad +[i \wedge_j k + k^2 + j(i^2 + k + 1)]xy^2 + [i \wedge_j k + j(i^2 + k^2)]x^2y^2. \end{aligned}$$

On constate par exemple que l'on a identiquement $x \;{}_i\overset{j}{\otimes}_k\; x = x$ si et seulement si $i = k = 1$, soit exactement dans le cas des trois conjonctions ${}_1\overset{t}{\otimes}_1 = \wedge_t$. On peut aussi observer que la loi obtenue est commutative exactement dans 13 cas de symboles, soit 5 cas de fonctions : ou bien $i = k$, soit les 9 symboles ${}_i\overset{j}{\otimes}_i$, parmi lesquelles donc les 3 conjonctions initiales $\wedge_t$, et en tout 5 fonctions ; ou bien l'un des 4 cas : ${}_{\not{S}}\overset{\not{S}}{\otimes}_1$, ${}_1\overset{\not{S}}{\otimes}_{\not{S}}$, ${}_{\not{A}}\overset{\not{A}}{\otimes}_1$, et ${}_1\overset{\not{A}}{\otimes}_{\not{A}}$, ce qui correspond à 2 fonctions figurant dans les 5 premières. Ainsi, évidemment, les axiomes équationnels éventuellement satisfait par la loi ${}_i\overset{j}{\otimes}_k$ expriment des relations algébriques entre les points de vue i, j et k qui s'y mêlent. A fortiori, on imagine bien que les propriétés équationnelles de $._T$ exprimeront quelque chose de la disposition algébrique de T.

Soulignons que les 27 symboles donnés ne fournissent en fait que 11 fonctions différentes. Et du reste le produit s'obtient aussi en faisant la somme de ces 11 fonctions seulement, voire en faisant la somme de 5 précises d'entre elles, à savoir les 5 qui sont commutatives, ce que l'on peut écrire, au lieu de la formule à 27 termes du **théorème 2** :

$$x.y = x \wedge_1 y + x \wedge_{\not{S}} y + x \wedge_{\not{A}} y + (x \wedge_{\not{S}} 1) \wedge_1 (1 \wedge_{\not{S}} y) + (x \wedge_{\not{A}} 1) \wedge_1 (1 \wedge_{\not{A}} y).$$

Mais on ne commencera pas plus ici l'exploration du système de toutes les écritures booléennes mobiles du produit de $GF(4)$.

On voit que ces jonctions ${}_i\overset{j}{\otimes}_k$ ne sont plus purement logiques, comme les conjonctions, mais sont en quelque sorte des mixtes de conjonctions et changements de cartes logiques, des sortes de *conjonctions déplacées*, portant de l'information géométrique sur leurs jeux d'indices. En tout cas on peut espérer que la seule considération de leur système donne de l'information sur la structure géométrique de la variété logique en jeu, et notamment sur sa cohomologie.

En fait toute fonction notée $x \ {}_i\overset{j}{\otimes}_k \ y$ est un polynôme dont la somme des quatre coefficients vaut 1, c'est-à-dire que l'on a $1 \ {}_i\overset{j}{\otimes}_k \ 1 = 1$. Par suite il en est de même de toute somme de telles fonctions, et donc ces sommes ne peuvent représenter toutes les fonctions de deux variables. On est donc amené à considérer — par exemple dans le théorème ci-après — des objets un petit peu plus compliqués que les $x \ {}_i\overset{j}{\otimes}_k \ y = (x \wedge_i 1) \wedge_j (1 \wedge_k y)$, mais fabriqués aussi à partir de l'écriture classique $x \wedge y$, de *répétitions et rectifications*, à savoir les expressions du type suivant, où $x_1 = x$ ou $x_1 \in GF(4)\backslash\{0\}$, et où $x_2 = x$ ou $x_2 \in GF(4)\backslash\{0\}$, où aussi $y_1 = y$ ou $y_1 \in GF(4)\backslash\{0\}$, et où $y_2 = y$ ou $y_2 \in GF(4)\backslash\{0\}$, et où enfin $i, j, k, l, m, n, o, p \in GF(4)\backslash\{0\}$, que nous considérerons encore comme des *jonctions* ou *monômes jonctifs*, plus complexes :

$$xJy = [[(x_1 \wedge_i (x_2 \wedge_j 1)) \wedge_k (y_1 \wedge_l (y_2 \wedge_m 1))] \wedge_n 1] \wedge_o p.$$

Après les conjonctions $\wedge_i$, les jonctions ${}_i\overset{j}{\otimes}_k$ construites avec 3 conjonctions, puis maintenant les opérateurs plus généraux du type J, on doit systématiquement considérer le jeu de toutes les superpositions par composition des diverses conjonctions et des constantes, c'est-à-dire la *clôture fonctionnelle conjonctive* $\bigwedge(4)$ de $GF(4)$, dont la complexité algébrique exprime donc quelque chose de la géométrie de $GF(4)$.

On démontre, mais nous n'entrerons pas dans les détails ici[13], les théorèmes

[13]voir : R. Guitart, *Entre Boole et Galois, le sens comme calcul de différences ou combinatoire d'indiscernables*, rédaction de deux conférences au *Séminaire de Catégories*, les 13 décembre 2002 et 23 mai 2003, 65 p.

suivants :

Théorème 3 *Sur* $GF(4)$ *toute fonction d'un nombre fini de variables est* booléenne mobile, *soit combinaison de* $+$ *et des* diverses *conjonctions et négations.*
Ainsi toute fonction de deux variables sur $GF(4)$ *s'écrit à coefficients dans* $GF(2)$*, comme composée avec les constantes de* $GF(4)$*, et les neuf fonctions booléennes* $\wedge_1$, $\vee_1$, $\neg_1$, $\wedge_{\not{S}}$, $\vee_{\not{S}}$, $\neg_{\not{S}}$, $\wedge_{\not{A}}$, $\vee_{\not{A}}$, $\neg_{\not{A}}$.
Ainsi encore toute fonction de deux variables sur $GF(4)$ *s'écrit comme* somme *avec* $+$ de monômes jonctifs *du type* xJy *défini ci-avant.*

Théorème 4 *Sur* $GF(4)$*, pour tout* $t \neq 0$ *est déterminée l'implication booléenne* $\Rightarrow_t$ *donnée par* $x \Rightarrow_t y = \neg_t(x \wedge_t \neg_t y) = x^2y^2 + x + t(x^2y + xy^2 + 1)$*, et sur* $GF(4)$ *toute fonction de deux variables s'écrit à l'aide des constantes et des seules trois fonctions* $\Rightarrow_1$, $\Rightarrow_{\not{S}}$, *et* $\Rightarrow_{\not{A}}$.

Nous développons ailleurs[14] l'idée associée de *nœud discursif*, soit de fonction déterminée à partie des constantes et de la seule fonction *ternaire* d'implication de y par x du point de vue t, soit : $x \Rightarrow_t y$. Cette notion est d'usage plus souple que celle des fonctions utilisées dans le théorème ci-avant, car on s'y autorise l'usage de substitutions sur la variable t aussi, comme par exemple dans l'expression $f(x,y) = (x \Rightarrow_{y \Rightarrow_1 x} y)$. Une telle f se spécifiera par un schéma à la Herbrand :

$$\begin{cases} f &= x \Rightarrow_t y \\ t &= y \Rightarrow_1 x \end{cases}$$

Cet exemple est 'dénoué', et l'idée générale de *nœud discursif* correspondra aux schémas récursifs quelconques formés avec $(-) \Rightarrow_{(-)} (-)$. Nous laissons au lecteur l'exercice de défaire le nœud de quatre suivant :

$$\begin{cases} a &= c \Rightarrow_b d \\ b &= d \Rightarrow_c a \\ c &= a \Rightarrow_d b \\ d &= b \Rightarrow_a c \end{cases}$$

En fait, les premières preuves des deux théorèmes ci-avant que nous ayons faites reposaient sur le résultat suivant — intéressant aussi ici en lui-même — qui met l'accent sur l'automorphisme de Frobenius $(-)^2 : GF(4) \to GF(4) : x \mapsto x^2$ du corps $GF(4)$, compris alors comme une opération suffisante à ajouter aux fonctions booléennes d'une structure boolénnne pour pouvoir produire toutes les fonctions :

Théorème 5 *Sur* $GF(4)$*, pour tout* $t \neq 0$ *fixé, on considère les fonctions booléennes associées,* $\vee_t$, $\wedge_t$, $\Rightarrow_t$, $\neg_t$, *etc., à quoi on ajoute le Frobenius* $(-)^2$ *et la multiplication par* t*, notée* $t.(-)$*, et les constantes de* $GF(4)$*. Alors toute fonction* $f(x,y)$ *de deux variables* x *et* y *sur* $GF(4)$ *peut s'écrire par compositions de ces*

[14] R. Guitart, *Des nœuds discursifs aux fléchages visuels*, d'après deux conférences du 02/02/03 et du 28/02/03.

fonctions-là.
Notamment, toute fonction de deux variables sur $GF(4)$ *est une somme de 16 mônomes dont chacun est produit d'un coefficient dans* $GF(4)$ *par une conjonction avec* $\wedge_t$ *de 0 à 4 des termes de* $\{x, y, x^2, y^2\}$.
Notamment encore, toute fonction de deux variables sur $GF(4)$ *peut s'écrire, à coefficients dans* $GF(2)$*, comme composée avec* $\vee_1$, $\wedge_1$, $\neg_1$, $(-) \wedge_1 \not S$, $(-) \wedge_1 \not A$, *et* $(-)^2$.

À partir de là une idée de calculs d'*avatars* s'est dégagée, qui consiste, partant d'une fonction booléenne h où une lettre u est variable, à remplacer de façons répétées des occurrences de cette lettre u par son carré u^2, obtenant donc des *avatars* h^A de h. Le résultat ci-avant se dira : toute fonction f est avatar h^A d'une fonction booléenne h. On comprend ici le rôle crucial de $(-)^2$, que l'on utilise ici dans l'esprit galoisien : si $x \neq 0, 1$, alors x et x^2 sont distincts mais indiscernables, soit, pour tout x :

$$x^2 \neq x, \text{si } x \neq 0, 1, \quad \text{et toujours } x^2 \sim x,$$

esprit que nous ajoutons à la thèse de Boole qui ici est

$$x \wedge_t x = x.$$

Si dans une fonction f, écrite comme booléenne mobile, on remplace chaque valeur des divers t en indices par 1, on obtient une fonction booléenne proprement dite, notée $\mathrm{b}(f)$. Par exemple on aura $\mathrm{b}(x \wedge_i \neg_j x) = x \wedge_1 \neg_1 x$. De même dans une fonction f, écrite comme avatar h^A d'une fonction booléenne h d'indice 1, soit $f = h^A$, si l'on efface les exposants carrés on retrouve h, et l'on note : $h = \mathrm{b}(h^A) = \mathrm{b}(f)$. Par exemple on aura $\mathrm{b}(x \wedge_1 \neg_1 x^2) = x \wedge_1 \neg_1 x$.

Alors la différence $\pi(f) = f - \mathrm{b}(f)$ représente du *sens pur*, et s'appelle une *fonction paradoxale.*

Dès lors, l'idée est d'associer aux discours Δ des fonctions sur $GF(4)$ dont nous notons une quelconque $\sigma(\Delta) = \sigma$, qui seront dites des *fonctions discursives*, et seront censées représenter *du* sens de Δ. Dans $\sigma(\Delta)$ les variables barrées peuvent donc prendre leurs valeurs dans les imaginaires, soit hors de 0 et 1. Les fonctions booléennes non-mobiles (relative à $\wedge_1$ et $\neg_1$) seront dites *fonctions logiques*. Une fonction $\sigma(\Delta)$ représente l'état discursif de Δ, de sorte que du sens pur du discours Δ est représenté par $\pi(\Delta) = \sigma(\Delta) - \mathrm{b}(\sigma(\Delta))$, tandis que $\mathrm{b}(\sigma(\Delta)) = \eta(\Delta)$ est censée être ce que l'on a logiquement entendu, la trace perçue de Δ. Chaque spéculation sur Δ permet d'obtenir un tel sens pur, et le sens est le système de ces sens purs, lorsque la spéculation varie. Pour qu'il y ait du sens pur $\pi \neq 0$, il faut donc que $\sigma \neq \mathrm{b}\sigma$, c'est-à-dire qu'il y ait, dans les indexes de σ, de la variation. Alors $\pi = \sigma - \eta$ est paradoxale donc, débarrassée de logique, et détermine la variation qui seule intéresse pour le sens. C'est donc autour de ces variations que l'on désire maintenant localiser la question même du sens.

Et notamment, si f est une fonction booléenne usuelle que l'on croit entendre dans un discours Δ, soit $\eta = f$, et si f_α et f_β sont les fonctions associées en écrivant

f avec les opérateurs logiques de α et de β, bien sûr on a $\mathrm{b}(f_\alpha) = f = \mathrm{b}(f_\beta)$, et donc $\pi = f_\alpha - f_\beta$ est paradoxale. Son 'sens' est de marquer, à propos de f, l'erreur de point de vue possible la plus simple possible, entre α et β, puisque si l'on entend $\eta = f$, il n'est déjà pas assuré qu'il ne faille pas comprendre f_α ou aussi bien f_β. La description générale que nous proposons permet de présenter de telles erreurs non seulement globalement sur f, mais localement en divers fragments dans f. On considèrera donc qu'un sens simple est un σ tel qu'il existe f, α et β tels que

$$\sigma - \mathrm{b}(\sigma) = f_\alpha - f_\beta.$$

En fait, nos exercices plus haut avec μ et ϵ, par 'ajouts d'hypothèses', produisant des tenues 'booléennes' avec des lettres barrées, peuvent se comprendre en termes de variables booléennes ordinaires cachées, les lettres barrées justement. Si une *expression booléenne* logique $\eta \in B\{x\}$ paraît intenable, anti-logique, parce que sa fonction associée $f(x)$ est nulle, alors par ajout adapté de paramètres dont on imagine qu'ils auraient été omis au niveau de l'état perçu η du discours tenu, disons maintenant p et$q$ — pour les lettres qui étaient barrées –, on peut forger $\chi \in B\{x, p, q\}$ tenable, non-anti-logique, et dont la forme prolonge celle de η, de fonction associée $F(p, q; x)$, non-nulle pour certains $p \neq q$, mais identique à $f(x)$ lorsque $p = p_0, q = q_0$. On passe donc d'une fonction identiquement nulle $f : GF(2) \to GF(2)$ à une fonction non-nulle $F : GF(2)^{1+2} \to GF(2)$. Si l'on note $K : GF(2) \to GF(2)^{1+2}$ la fonction $K(x) = (x, p_0, q_0)$, on a construit un F tel que $F \circ K = f = 0$ et $F \neq 0$. Si pour toute $\gamma \in B\{x, p, q\}$ on désigne par $(\gamma)_{\setminus\{p,q\}}$ l'expression obtenue en effaçant dans γ les lettres p et q et les éléments directement attachés, on a donc construit un χ, considéré comme une tenue possible de η parce que à la fois χ n'est pas anti-logique, et, aussi, $(\chi)_{\setminus\{p,q\}} = \eta$. Dans cette procédure, on n'a pas besoin de $GF(4)$, sauf si l'on voulait remplacer $GF(2)^2$ par $GF(4)$, et le couple de paramètres (p, q) par un seul, disons z tel que $\hat{\beta}(z) = (p, q)$. Il n'est pas explicitement nécessaire de supposer que les variables barrées prennent chacune des valeurs imaginaires au sens de valeurs dans $GF(4)$ différentes de 0 et 1. Cependant comme ces variables cachées sont bel et bien *imaginées*, il semblerait judicieux, par une telle supposition, de garder trace de ce caractère dans leur statut.

Mais ces exercices avec μ et ϵ peuvent aussi se concevoir dans l'esprit de la *Logique Spéculaire*[15] comme un travail de *localisation* sur la forme initiale du discours. Par exemple la tenue de l'énoncé $B\epsilon\neg A$ par $(\not{Q} \Rightarrow B) \wedge (\not{I} \Rightarrow \neg A)$ est composée avec des localisations qui sont ici $\not{Q} \Rightarrow ? = (-)^{\sharp \not{Q}}$ et $\not{I} \Rightarrow ?? = (-)^{\sharp \not{I}}$, un opérateur $X \Rightarrow ?! = (-)^{\sharp X}$ signifiant : 'Si l'on se place du point de vue de X alors ?!'. En termes de logique spéculaire sur un site propositionnel dont $\not{Q}$ et $\not{I}$ sont objets on peut écrire : $(\not{Q} \Rightarrow B) \wedge (\not{I} \Rightarrow \neg A) = B^{\sharp \not{Q}} \wedge \neg A^{\sharp \not{I}}$. De la sorte on peut expliquer autrement la spéculation faite, à partir de la forme logique paradoxale elle-même $B \wedge \neg A$, comme un travail de modification par localisation des opérateurs logiques. À ce moment-là, les hypothèses ajoutées, nommées $\not{Q}$ et $\not{I}$, considérées au départ comme des propositions omises, imaginaires donc,

[15]voir : R. Guitart, *L'idée de Logique Spéculaire*, in *Journées Catégories, Algèbres, Esquisses, Néo-esquisses*, Caen, 27-30 septembre 1994, 6 p.

mais liées aux autres déjà présentes par un calcul logique de nature classique, se trouvent re-qualifiées comme des modificateurs ou localisateurs des opérateurs logiques classiques — qui du coup n'opèrent plus classiquement — modificateurs notés $(-)^{\sharp \not{C}}$ et $(-)^{\sharp \not{I}}$. Les 'propositions omises' ne sont pas en fait seulement de simples propositions, mais sont rattachées au discours perçu η par un mode de localisation ; ce sont maintenant des *postures présupposées*.

Que l'on puisse exprimer l'intervention de ces postures présupposées sous forme propositionnelle, comme nous avons commencé à le faire, masque peut-être la vraie nature de la situation. Notamment il est artificiel de traduire 'propositionnellement' des cas de présupositions de situations dont le sens peut être 'géométriquement' évident. Aussi, si l'on traduit l'idée que, du point de vue t, x implique y par : $t \Rightarrow (x \Rightarrow y)$ — exprimant donc la considération du point de vue par la mise sous la condition t — on ne fait pas exactement la même opération que si l'on traduit par : $x \Rightarrow_t y$ dans $GF(4)$. On pourra justement comparer les deux manières dans le calcul sur $GF(4)$, en interprétant la première expression par $t \Rightarrow_1 (x \Rightarrow_1 y) = (t \wedge_1 x) \Rightarrow_1 y$, ce qui, si $x^2 = x$ et $y^2 = y$, vaut $txy + tx + 1$, tandis, dans les mêmes circonstances, $x \Rightarrow_t y$ vaut $xy + x + t$.

Si l'on se place dans le site $\mathcal{P}\{\not{S}, \not{A}\}$ à deux éléments $\not{S}$ et $\not{A}$ tels que $\not{A} + \not{S} = 1$ associé donc à la base $(\not{S}, \not{A})$ de $GF(4)$, on montre[16] que toutes les localisations sont parmi les polynômes à une variable du second degré, lesquels sont les fonctions $GF(2)$-affines sur $GF(4)$. Ceci pour dire que les localisations par l'introduction de lettres barrées se ré-interprètent comme des changements de bases dans $GF(4)$, du moins si l'on interprète les lettres barrées par des éléments de $GF(4)$.

On se retrouve alors dans le contexte où vont fonctionner *ensemble* plusieurs logiques que, *in fine*, on peut prendre de type booléen classique, parce que les opérateurs altérés seront en effet exprimables en utilisant *simultanément* ces logiques classiques. À ce second moment, le jeu pour faire tenir est devenu celui de l'introduction d'une flexibilité de la logique classique que l'on autorise à se démultiplier sur place de façons qui restent imaginaires et non-marquées, démultiplication qui fait partie du travail interprétatif. La démultiplication des hypothèses imaginaires a donc pour équivalent l'augmentation de la taille n du $GF(2^n)$ où l'on va travailler. Enfin, quand on s'est donné suffisamment d'espace, en prenant n assez grand, chaque spéculation telle que celles que nous avons produites dans nos mini-exemples fournit des fonctions booléennes pouvant être effectuées dans le $GF(2^n)$ en question.

Ici, dans le cas de $B\epsilon\neg A$, on peut arriver à la famille des fonctions $f(B, A)$ à paramètres $\not{C}$ et $\not{I}$ que l'on obtient en donnant, dans l'expression explicative initiale $(\not{C} \Rightarrow B) \wedge (\not{I} \Rightarrow \neg A)$, à $\not{C}$ et $\not{I}$ des valeurs c et i dans $GF(4)$ telles que la fonction obtenue ne soit pas une antilogie. Dans l'explication initiale ça tenait parce que $\not{C}$ et $\not{I}$ étaient pensées comme incompossibles, soit tels que $\not{C} \wedge \not{I} = 0$, et parce que chacune séparément, était possible mais non-nécessaire, effectivement changeante donc, soit $\not{C}, \not{I} \neq 0$, $\not{C}, \not{I} \neq 1$. Ce que l'on peut réaliser

[16]voir : R. Guitart, *Entre Boole et Galois, le sens comme calcul de différences ou combinatoire d'indiscernables*, op. cit.

maintenant, dans $GF(4)$, par des valeurs constantes à la place de ces variables, soit les valeurs $\not\$$ et $\not A$. Maintenant ça tiendra — autre explication — parce que dans l'écriture booléenne mobile associée il y aura justement de la mobilité, de la variation d'indices.

Considérons donc pour simplifier que $B = A = X$, et l'expression $X \wedge \neg X$ contradictoire ou antilogique. Dans $GF(4)$, la fonction directement associée à notre spéculation initiale, pour des paramètres c et i, et en remplaçant la 'proposition' X par une variable x assujettie à $GF(4)$, soit

$$f_{c,i}(x) = (c \Rightarrow_1 x) \wedge_1 (i \Rightarrow \neg_1 x),$$

vaut : $f_{c,i}(x) = \neg_1[c \wedge_1 \neg_1 x] \wedge_1 \neg_1[i \wedge_1 x] = [c \wedge_1 (x+1)+1] \wedge_1 [(i \wedge_1 x)+1] = [c \wedge_1 x + c + 1] \wedge_1 [i \wedge_1 x + 1] = i \wedge_1 x + c \wedge_1 x + c + 1 = (c+i) \wedge_1 x + c + 1 = (c+i)^2 x^2 + 1.[(c+i)^2 x + (c+i)x^2]$, soit, en ayant donc utilisé le **Théorème 1** :

$$f_{c,i}(x) = [(c+i)^2 + (c+i)]x^2 + (c+i)^2 x + (c+1).$$

Par exemple, pour $c = 1$ et $i = \not A$, il vient : $f_{1,\not A}(x) = x^2 + \not A x = x(x + \not A)$.
Cette dernière fonction $f_{1,\not A}$, non-antilogique, est donc pour nous un 'élément de sens' du discours proféré, un constituant de sa *tenue*. Au demeurant on peut la réecrire comme booléenne mobile, par exemple en remplaçant y par $\neg_{\not A}\, x$ dans l'expression de $x.y$ du **Théorème 2**.

On en vient donc à manipuler des fonctions quelconques sur $GF(4)$, par exemple donc $f_{1,\not A} : GF(4) \to GF(4)$, construites si l'on veut comme extensions mobiles de fonctions logiques booléennes, comme le **Théorème 3** — ou le **Théorème 4** — nous assure qu'il est toujours possible de supposer. Ou encore, variante assurée par le **Théorème 5**, on en vient à considérer les fonctions sur $GF(4)$ comme des avatars de fonctions booléennes ; mais ici nous laisserons, dans les exemples, le lecteur procéder auxdites variantes par lui-même.

On peut directement comprendre l'exercice que l'on a à faire pour faire tenir un discours paradoxal — et nous essayons par ailleurs de faire entendre qu'un discours n'a de sens *que si*, par un côté au moins, il est paradoxal ! — tel que $X \wedge \neg X$, en y distribuant directement des indices sur les opérateurs logiques, et en considérant donc : $X \wedge_j \neg_k X$, voire, puisque que X vaut pour l'affirmation de X et peut s'écrire $Id(X)$, en considérant des écritures comme $Id_i(X) \wedge_j \neg_k Id_l(X)$. Du sens advient alors comme telle variation d'indices dans la séquence i, j, k, l, nécessaire pour que la fonction ne soit pas antilogique.

Par exemple, ici, on voudra bien considérer que la fonction discursive $x \wedge_{\not\$} \neg_{\not A} x$, qui vaut exactement $g_{\not\$,\not A}(x) = x^2(x+\not A)^2 + \not\$(x^2(x+\not A) + x(x+\not A)^2) = x(\not A x + \not\$)$ et qui ainsi n'est pas antilogique, est donc aussi un 'élément de sens' du discours initalement proposé à l'analyse, un autre que celui montré ci-avant. On peut d'ailleurs en écrire la différence : $g_{\not\$,\not A}(x) - f_{1,\not A}(x) = \not\$ x^2 + x$.
En fait on peut développer la forme générale envisagée à l'instant :

$$g_{j,k}(x) = x \wedge_j \neg_k x,$$

qui, en tenant compte de ce que dans $GF(4)$ on a $x + x = 0$ et $x^4 = x$, se développe en : $g_{j,k}(x) = x^2(x+k)^2 + j.[x^2(x+k) + x(x+k)^2] = x^4 + x^2k^2 + jx^3 +$

$jx^2k + jx^3 + jxk^2$, soit

$$g_{j,k}(x) = (k^2 + jk)x^2 + (jk^2 + 1)x.$$

Les deux *formats de tenues* $(c \Rightarrow_1 x) \wedge_1 (i \Rightarrow \neg_1 x)$ et $x \wedge_j \neg_k x$ s'expriment finalement par les fonctions $f_{c,i}(x)$ et $g_{j,k}(x)$ qui sont toutes deux des fonctions du second degré en x, soit de la forme $y = Ax^2 + Bx + C$ — des paraboles donc — et plus généralement rentrent dans le cas de fonctions quelconques sur $GF(4)$, lesquelles s'expriment toujours comme booléennes mobiles (**Théorème 3**, **Théorème 4**), etc.

L'intérêt de ce cadre général des fonctions sur $GF(4)$ est de permettre la comparaison et le mélange des méthodes ou formats de tenues. Ici on peut constater que les formats $f_{c,i}(x)$ et $g_{j,k}(x)$ ne sont pas équivalents entre eux, puisque $f_{c,i}(x) \not\equiv g_{j,k}(x)$. Si l'on veut ajuster les paramètres pour avoir $f_{c,i}(x) \equiv g_{j,k}(x)$, il vient : $c = 1$, $i = jk^2$, $k^2 + jk = 1$. On accède ainsi, par l'écriture de ce système d'équations, à une possibilité d'expression de ce qu'il y a de commun et à ce qu'il y a de différent dans l'usage des deux formats. La même information est déposée bien sûr dans l'objet $f_{c,i}(x) - g_{j,k}(x)$.

Ensuite, bien sûr, il est commode, dans ce type de pratique, de synthétiser 'à la main' deux formats non-équivalents, en les faisant voir comme deux cas particuliers d'un format plus général. Par exemple, $f_{c,i}(x)$ et $g_{j,k}(x)$ sont trivialement deux cas particuliers du format

$$h_{a,b;p,q,r,s}(x) = (a \Rightarrow_p x) \wedge_q (b \Rightarrow_r \neg_s x).$$

Ce que nous laissons le lecteur écrire comme polynôme. Rien ne nous empêche d'élire des formes plus complexes comme $(a \Rightarrow_p (d \wedge_u x) \wedge_q (b \Rightarrow_r \neg_s(c \wedge_t x))$, et ainsi de suite. Ainsi il y a une structuration filtrante par emboîtement des divers formats de tenue d'un même discours qui s'appuient sur la forme perçue pour Δ — ici la forme $\eta = x \wedge \neg x$ — et donc, au sein du système de ces formats, des éléments minimaux à déterminer, et une organisation exacte à comprendre. Pour un état logique perçu η, fonction de x, on considère donc toute fonction booléenne mobile $\mu(m, x)$ de x et d'une séquence m de lettres — comme ici $m = ci$, ou $m = jk$, ou $m = abpqrs$, ou ensuite $m = abcdpqrsu$ — telle que, en effaçant dans μ toutes les lettres de m et les signes logiques directement attachés, on retrouve η, et telle que cette fonction $\mu(m, x)$ ne soit pas anti-logique, ne soit pas nulle pour toutes valeurs de m et de x dans $GF(4)$. Le système de ces μ est ce que nous voulons comprendre.

Nous considérons qu'à une question comme 'X ?' $\equiv$ 'Est-ce Bon ?', une réponse du genre '$R(X)$' $\equiv$ '$X \wedge \neg X$' $\equiv$ 'Oui et Non' invite à entrer dans un système de tenues à au moins deux paramètres p et q — pour pouvoir contourner le paradoxe — dont chacune s'écrirait $\theta(p, q\ ; x)$, et serait une fonction de trois variables de $GF(4)$ à valeurs dans $GF(4)$ telle que $\mathrm{b}(\theta(p, q\ ; x)) = R(x)$. Une réponse à X ? *est* donc une fonction $x \mapsto \theta(p, q\ ; x)$, ce qui est un *format de tenue* où les valeurs de p et q, inconnues, pourraient être précisées en p_0 et q_0 de sorte que $\theta(p_0, q_0\ ; x)$ ne soit pas anti-logique, et soit donc une tenue. En fait, nous voulons voir ceci comme général, et pensons que *tout discours est réponse à une question, connue ou inconnue*, notée X ; dans la mesure où il ne se réduit pas à une proposition qui informerait purement et simplement de la vérité de son contenu, il engage un travail de contradiction entre au moins 2 points de vue P et Q, face à X, ce dont un format de tenue se formalise par la spécification de l'évaluation $\theta(p, q\ ; X)$ d'une fonction $\theta(p, q\ ; x)$ en $x = X$ suivant le schéma :

— Q : X ? — R : $x \mapsto \theta(p, q\ ; x)$.

De ce point de vue, pour lequel chaque discours est une réponse à un X, et tient sous la forme de fonctions θ, de mises en relations $\theta(p, q\ ; x)$ entre le proposé X et des cachés P et Q. Le sens est le système de ces fonctions possibles, et la géométrie de leur organisation. Si par aventure la question X est inconnue, alors c'est elle — l'objet du discours — ce dont le discours parle, que le sens devrait révéler. Cet objet, chaque tenue en révèle en effet un aspect en le proposant comme solution(s) x de l'équation $\theta(p, q\ ; x) = u$. Pour cette raison, on considèrera que la 'surface' finie $\Sigma_u\langle\theta\rangle$ d'équation $\theta(p, q\ ; x) = u$ représente comme une version de l'objet du discours, sachant que la valeur indéterminée du discours est u.

Ici nous nous sommes expliqués avec $GF(4)$ pour de mini-exemples, où deux paramètres p et q suffisaient. J'ai aussi par ailleurs effectué les calculs analogues dans le cas de trois paramètres, pour $GF(8)$ et ses 28 bases[17]. Je fais la conjecture suivante :

Conjecture $\star$: *Pour tout n les fonctions d'un nombre fini de variables sur $GF(2^n)$ sont booléennes mobiles.*

Alors, entendant la chose pour les $GF(2^n)$ où $n = n(\Delta)$ est un exposant variable avec les discours Δ, je pose la thèse que voici :

Thèse 3 [Fonctions discursives et paradoxales] *Les* fonctions discursives *représentent les discours — ou plus exactement les tenues de discours, voire les* formats de tenues de discours *— et les* fonctions paradoxales *représentent les sens des discours.*

3 Classe de cohomologie et sens

On aura compris que pour nous le discours est un objet de même nature qu'un objet vivant qui s'auto-développe, qu'il consiste en un labeur qui *s'embrouille* et *se débrouille* avec ses propres états provisoires, ses présuppositions ; le sens d'un discours est alors à déterminer comme la géométrie même du nœud de cette embrouille/débrouille et du parcours ainsi formé à l'entour de la vérité. Et pour ce faire, le discours sort littéralement de soi, de ses raisons, de son corps établi.

Également, nous avons avancé dans l'idée de concevoir un discours comme une surface, quoique son apparence soit celle d'une ligne. Mais c'est que le discours est un chemin qui voyage, ce dont une surface consiste ; et cette surface elle-même

[17] R. Guitart, *Modèle galoisien de logique lacanienne*, 20p.

reste flexible, comme une *étoffe* dirait Vappereau[18], quelque chose comme nos surfaces finies $\Sigma_u\langle\theta\rangle$, mobile en effet avec les θ possibles. Et cette formulation n'est pas très éloignée de la conception de la surface puis de l'extension des dimensions successives chez Grassmann[19]. Le calcul linéaire de cette sortie vers les dimensions successives, constitue comme on sait l'*algèbre extérieure* — de Grassmann donc — dont la reprise au plan local dans l'ordre infime des formes différentielles fournit en effet maintenant le prototype de *calcul de cohomologie* à la manière de De Rham, disons. Le discours est bien une ligne qui tend à sortir de soi, qui s'incline dans l'autre dimension, et c'est cette inclinaison, ce geste du discours, cette inclination aussi, qui constitue pour nous le cœur de l'enjeu du sens. Sortie de ses gonds, pente vers l'impossible autre, dégagement, différentiation.

Ce qui n'est donc pas sans saveur géométrique, comme nous y songions déjà, mais en quelque sorte de façon plus statique, en présentant la Logique Spéculaire[20], quand nous disions que la vérité — mais là, aujourd'hui, nous dirions plutôt *le sens* — la vérité de l'énoncé donc, consiste en les propriétés catégoriques de sa *cohérence* — cohérence définie comme étant la catégorie de toutes ses tenues. C'est donc, en Logique Spéculaire, depuis la donnée du site, la construction de la catégorie des tenues qui était envisagée, de sorte à pouvoir ensuite interroger sa cohomologie. Ici, dans notre contexte 'galoisien' nous pouvons envisager la même stratégie sous d'autres éclairages.

On admet maintenant que le sens des discours — dont nous avons symbolisé l'enjeu par la graphie : $\Delta \gg \frac{T}{V}$ — se détermine par l'élaboration de tenues, et particulièrement par leurs *tenues minimales* et l'analyse de la géométrie des tenues quelconques. Le sens sera produit par suite par construction de fonctions discursives associées aux discours, soit des fonctions

$$\delta : GF(2^m) \to GF(2^n),$$

et l'accent dans le processus est à mettre sur la valeur pour le *sens* de la *variation des indices* dans les fonctions discursives, quand elles sont vues comme booléennes mobiles. Parmi ces fonctions celles qui sont *paradoxales* représentent le *sens pur*. Ci-avant nous avons expliqué l'idée avec de petites valeurs de m et n, à savoir $m = 1, 2, 3, 4$, et $n = 1, 2$, sur des cas de mini-discours. Comme ces indices dans les fonctions booléennes mobiles situent le lieu logique en jeu, leur variation marque un déplacement dans la multiplicité logique associée, et ainsi le sens est celui d'un cheminement, dont la courbure nous intéresse, et qu'il nous faudrait recueillir comme classe de cohomologie. Quand les fonctions discursives sont vues plutôt comme avatars de booléennes, par *émergence d'exposants carrés*, ce qui a lieu, en vertu des exposants carrés justement, ce sont des bougés, des déplacements indiscernables d'une variable à ses carrés successifs, faisant comme une ronde. Là encore on doit comprendre un mouvement d'enlacement logique de rondes, et sa

[18] J-M. Vappereau, *Étoffe*, Topologie En Extension, 1988.

[19] H. G. Grassmann, *La science de la grandeur extensive*, Blanchard, 1994. traduction de D. Flament de *La lineale ausdehungslehre* de 1844.

[20] R. Guitart, *L'idée de Logique Spéculaire*, op. cit.

courbure propre. La ronde en jeu est comme la succession de changements de postures discursives ; comme si l'on avait une succession de sujets parlants dans le même discours, un dialogisme généralisé.

Nous voulons donc pour conclure souligner la valeur 'cohomologique' de cette variation d'indice — ou d'exposants carrés — dans la multiplicité logique $GF(4)$, qui marque donc une *courbure logique du discours*, et indiquer d'autres formes d'apparition de cette valeur, notamment en termes de repère mobile, différentielle, déformation, variété.

Cette valeur cohomologique, c'est ce que suggère, à un niveau plus large, l'idée effleurée plus haut de *nœud discursif*, forgé de constantes et de diverses implications, chacune à trois variables, imbriquées les unes aux autres, formant comme un nœud visible et aussi bien un programme ou schéma de calcul ; il y a là comme le dessin d'un contour du sens, le dessin du parcours d'un schéma de calcul à l'œuvre. Ce qui n'est pas sans rapport du reste avec la proposition d'une géométrie des algorithmes[21], via leurs espaces classifiants. Ou bien avec l'idée d'analyse du discours comme la surface où s'inscrirait le schème de son algorithme. Demander le sens c'est demander le programme.

Et à travers ce dernier rapprochement on est prié d'entendre l'indication que la *théorie des esquisses* vaudrait mieux que la logique pour analyser les discours. Un discours en effet n'a pas nécessairement à être compris prioritairement à travers les concepts de prédications et attributions de qualités, puis les notions de connecteurs logiques. Ces éléments ne font que donner *un* prétexte grammatical possible au discours, mais leur dispositif reste contingent, même si *un* prétexte est nécessaire. Et d'ailleurs ici c'est expressément sur la façon dont le discours manque aux règles du système de sa grammaire patente (soi-disant patente) que nous avons développé notre analyse du sens : jeu auquel ladite grammaire n'est qu'*une* enzyme nécessaire à l'advenue du sens.

Mais des supports nettement plus géométriques que la logique sont bien possibles pour discourir, et notamment tout ce qui se donne à voir en diagrammes. Ce que nous nommons ailleurs la *logotopie* en est un témoignage historique. Le discours est d'abord une *théorie* en cours (ou, ce qui revient au même, un fantasme qui cherche à se bien écrire). C'est donc a priori d'une théorie du théorique que nous avons besoin, plus que d'une logique au sens limité de *régulation interne* de la vérité. C'est à dire que, justement, c'est de l'acte de pensée rigoureuse *entre* les vérités qu'il nous faut un modèle. À cet effet, la théorie des esquisses est tout-à-fait mieux venue[22]. L'esquisse est — nous l'avons expliqué ailleurs[23] — l'entité unificatrice au niveau de leurs pratiques dont relèvent la théorie, l'algorithme et l'espace, au contraire de la logique qui n'unifie qu'a posteriori et sous condition

[21]R. Guitart, On the geometry of computations, *Cahiers Top. Go. Diff. Cat.* (CTGDC) XXVII,4, p. 107-136, 1986. Republié dans : Computer-aided geometric reasoning, Workshop, INRIA, 22-26 juin 1987, Sophia-Antipolis, p. 275-306. 59. On the geometry of computations, II, CTGDC XXIX,4, p. 297-326, 1988.

[22]R. Guitart, Toute théorie est algébrique, in *Journée Mathématique en l'honneur d'Albert Burroni*, 20 septembre 2002, *Prépublication Inst Math Jussieu* 368, avril 2004, 79-102.

[23]R. Guitart, *Esquisses, structures et algorithmes*, Journée mathématique et Informatique, Université de Picardie, 28 février 1990, vol. 1, 1990, p. 9-21.

de contrôler. La logique permet de tenir les discours 'en vérité' sur les disciplines nommées 'la théorie', 'l'algorithme' et 'l'espace', tandis que l'esquisse permet de les pratiquer rigoureusement en elles-mêmes. Avec l'esquisse on entre dans la conception diagrammatique du travail mathématique, dans ce que nous pouvons appeler l'*étendue libre* — sans omettre d'entendre le caractère paradoxal du terme 'libre' —, qui n'est surtout pas l'étendue du prétendu monde des prétendues choses, mais le lieu naturel des pensées claires et distinctes, là où l'entendement 'voit' l'évidence du diagramme, du calcul, de l'écriture visible. L'*étendue contrainte* de la réalité du monde des choses est, elle, élaborée et mise en scène par l'histoire des paroles et raisons. Le sens d'un discours articule en effet quelque chose entre ces deux étendues, la libre et la contrainte, il tend là, comme une toile, un rapport, le rapport entre l'évidence et le vrai. Son analyse demande donc, à nos yeux, le recours précisément au moment particulier du croisement du logique et du diagrammatique.

Mais restons maintenant, pour conclure, dans l'espace plus délimité du calcul proposé ici avec les $GF(2^n)$ et la liaison à la logique classique, qui — nous l'avons expliqué — envisage le calcul galoisien comme le lieu ou l'on peut résoudre la paradoxalité du logique et prendre en compte la discursivité même, et, plus systématiquement encore, écrire et calculer comme *un commentaire du logos* - des paroles et des raisons. Mais, comme il se doit, ce commentaire est muet, c'est-à-dire consiste seulement, ultimement, en calculs bien écrits à faire et refaire.

Ce que l'on devine ainsi ici de 'cohomologique', se lit par exemple dans les écritures

$$\sigma - \mathrm{b}(\sigma) = f_\alpha - f_\beta.$$

Chaque variation d'indice dans une fonction σ écrite explicitement sous forme booléenne mobile fait signe justement de la mobilité, marque un changement de carte, effectuable ici par une transformation linéaire. En fait on peut écrire

$$x \wedge_t y = M_t^{-1}(M_t(x) \wedge_1 M_t(y)),$$

ce qui est analogue à la formule de conjugaison dans la situation du *repère mobile*. D'ailleurs, dès sa définition, la notion de conjonction mobile $\wedge_t = \wedge_\beta$ est en effet équivalente à celle d'une base mobile $\beta = \beta(t)$ non ordonnée : connaissant t, $\wedge_t$ détermine $\beta = \beta(t)$ — sauf son ordre — comme l'ensemble des atomes de $\wedge_t$. Un état du sens alors est comme une spécification de changement de lieu et de direction continuée, autrement dit comme une courbe.

La cohomologie en jeu est aussi 'galoisienne', dans la mesure où, justement, la reconstruction de toutes les fonctions et notamment du produit du corps comme avatars de fonctions booléennes admet comme ingrédient fondamental l'automorphisme de Frobenius $(-)^2$ générateur du groupe de Galois[24], groupe qui, comme on sait, décrit l'ambiguité nécessaire inhérente à la situation, d'où l'enjeu cohomologique. Puisque, comme le soutien limpidement Penon, la cohomologie peut être comprise comme produite par le manque d'axiome du choix,

[24] Voir les détails dans : R. Guitart, *Entre Boole et Galois, le sens comme calcul de différences ou combinatoire d'indiscernables*, op. cit.

et comme la mesure de ce manque. Le sens alors exprime une certaine gestion de l'équivoque qui accompagne ce manque. Ce que nous pouvions déjà concevoir dans le cadre de la Logique Spéculaire et de ses sites, bien sûr, voir aussi dans la théorie du théorique avec les esquisses ; mais ici cela offre la particularité séduisante de pouvoir être saisie à la façon de l'arithmétique élémentaire, dans un cadre que, nonobstant une culture mathématique éventuellement réduite, tout un chacun peut mettre à l'épreuve. Et de plus, dans ce cadre là, la gestion de l'équivoque n'est pas externe, comme en position de méta-discours, si bien que l'on peut continuer immédiatement la suite de l'analyse de l'équivoque, à savoir l'analyse du *malentendu* — soit ce qui à lieu lorsque d'un discours on croit qu'il gère d'une certaine façon une certaine équivoque, bref qu'il a un certain sens — et que là-dessus on se trompe, d'une façon ou d'une autre, etc. Nous n'avons pas développé ici cet aspect, mais il est clair que l'usage des fonctions discursives quelconques devrait y suffir.

On peut aussi voir les choses en termes de différentielles, en introduisant les *différentielles logiques*

$$d\wedge_t = (x^2y + xy^2)dt.$$

Si à un discours est associée une fonction discursive écrite comme une fonction booléenne mobile $f(x, y, ...; t_1, t_2, ...)$ où l'on met en évidence les indices $t_1, t_2, ...$ situant les opérateurs logiques, alors la différentielle totale df exprime la variation de f et constitue donc du *sens*. On est alors plutôt dans une intuition du sens à la manière des philosophies de la différence. Ce point de vue se relie au précédent par l'idée que s'il y a de l'équivoque, cela doit pouvoir aussi se repérer par un jeu d'infimes ou indiscernables intempestifs, qui ajoute à la toile logique comme un clinamen qui la brouille et initie le sens du fait de dévier les parcours prédictibles.

On voit encore un peu autrement la question en introduisant, à la place de $\wedge_t$ qui pour $t = 0$ ne fournit pas une loi booléenne, la *déformation*

$$x\&_t y = x^2y^2 + (1 + t + t^3)(x^2y + xy^2).$$

Pour toute valeur de t dans $GF(4)$ la loi $\&_t$ est booléenne, et donc quand t varie, ces lois parcourent toutes les conjonctions possibles et elles seules. On doit alors rapprocher cette donnée de la théorie des déformations à la Gerstenhaber[25] — où par contre t doit être remplacé par un T formel — et des calculs associés dans la théorie de la cohomologie de Hochschild[26]. Ici, l'intuition est un peu autrement colorée qu'avec les infimes et les carrés, et l'on conçoit qu'il y a comme en un retour éternel souterrain une roue qui tourne sous le discours, qui y change sans cesse la référence logique. Il s'agit bien toujours de la seule et unique logique classique, mais elle est toujours autre possiblement (variation de t) et toujours strictement la même cependant encore à venir (finitude des valeurs possibles de t) : le sens nous rattache à cette véritable relativité du logique. Ce qui n'est

[25]M. Gerstenhaber, On the deformation of rings and algebras, *Annals of Mathematics*, 79-1, January, 1964, p. 59-103.

[26]G. Hochschild, On the cohomology groups of an associative algebra, *Annals of Mathematics*, 46-1, January, 1945, p.58-67.

plus la même chose que la perception de la question sous la forme de dialogisme généralisé que nous indiquions un peu plus haut.

Notons enfin que ces observations commencent à indiquer, vaguement encore, le rapport à la cohomologie des opérateurs de jonction ${}_i\overset{j}{\otimes}_k$ qui s'introduisent pour construire la structure de corps de $GF(4)$, et dont il faudrait développer l'analogue pour comprendre dans cet esprit la loi de corps de $GF(2^n)$, en relation donc avec la clôture conjonctive $\bigwedge(2^n)$; et pour comprendre aussi cette clôture en relation avec le calcul des nœuds discursifs correspondants. Là on est au plus près de l'idée de variété logique à considérer cartographiquement.

De la sorte — et évidemment encore plus richement si l'on envisage tous les $GF(2^n)$ et pas seulement $GF(4)$ — la **Thèse 3**, en appui sur les **Thèse 1** et **Thèse 2**, et sur la **conjecture** $\star$, propose donc un abord radicalement géométrique, au sens moderne du terme, de la question du sens. Il s'agit — pensé donc notamment en termes de déformation, de différentielle ou de repère mobile — du calcul de la cohomologie des multiplicités logiques $GF(2^{n(\Delta)})$, et, au-delà, de la cohomologie des multiplicités logiques les plus générales. En particulier, pour chaque discours Δ, il s'agit de construire pour chaque format de tenue $\theta(p_1, p_2, \ldots, p_n\ ; x)$ de Δ une analyse géométrique dans la multiplicité $GF(2^{n(\Delta)})^{n(\Delta)+1}$ de l'hypersurface de tenue $\Sigma_u\langle\theta\rangle$, et de comprendre cohomologiquement le système des diverses hypersurfaces relatives aux diverses tenues de Δ.

guitart@math.jussieu.fr