L'IDEE DE LOGIQUE SPECULAIRE

René Guitart*

Journées Mathématiques C.A.E.N. 1994
27-30 septembre 1994

0) La *Logique Spéculaire* a pour objet l'étude des énoncés "classiques" (disons de la logique du premier ordre) en tant qu'ils sont dits par quelqu'un, d'une façon qui, dans le même énoncé, fait intervenir des points de vues multiples désignés par des lettres P, Q, etc, et des manières, qui fondamentalement sont deux, notées $\sharp$ et $\flat$. Dans l'énoncé classique ces points de vues et manières ne figurent pas, sont non-dits. Dans la logique classique il n'y a qu'un point de vue et une manière. Mais dans le dialogue "réel"dont la partie dite est un énoncé classique le fait même de l'énonciation intervient, et ces points de vues et manières non-dits modifient de façon équivoque le sens de l'énoncé pour les locuteurs, introduisant donc un malentendu. Ce malentendu est de fait nécessaire à la poursuite du dialogue, car c'est la spéculation sur sa nature qui permet à chacun d'accorder du crédit à l'autre, en faisant provisoirement *tenir* l'énoncé non pas comme vrai, ce qui serait démesuré, mais comme possiblement non-inconsistant, et ceci quelque soit l'énoncé. La logique spéculaire s'occupe donc d'écrire et de gérer ces spéculations et leurs effets logiques, proposant ainsi un certain réglage du non-dit, ce qui permet une théorie de la communication.

Cette logique s'appelle *spéculaire* pour trois raisons. D'abord parce qu'elle permet de proposer des modèles mathématiquement bien constitués pour la théorie lacanienne de la psychanalyse et la théorie philosophique adjacente du sujet parlant, et tout particulièment pour la notion psychanalytique de *spécularité*. En particulier les "étranges" formules de la sexuation de Lacan admettent alors en son sein une interprétation consistante. Ensuite parce que ce qu'elle introduit est un modèle mathématique minimal de la spéculation dans la *tenue* qui permet la poursuite du dialogue. Et on peut soutenir l'idée que toute spéculation est spéculaire en ce sens que la spéculation introduit un objet "prouvant" la consistance ou la cohérence parce qu'il est à la fois suffisamment à distance de l'objet (e.g. l'énoncé) dont il s'occupe *et* en même temps substituable à celui-ci au moins à un titre. Troisièmement, cette logique va résulter d'un travail "en miroir" (va-et-vient local/global des opérateurs) sur la logique classique, et il apparaît que cette logique admet une structure "en miroir", tant dans ses énoncés que dans ses règles, par changement dans

*Université Paris 7

les expressions des $\sharp$ en $\flat$ et des $\flat$ en $\sharp$. Les propriétés de la logique classique sont ainsi divisées en moitiées duales. Grossièrement on peut dire que la logique spéculaire est un “revêtement à 2 feuillets” de la logique classique, ceci si l'on considère uniquement la question de la manière de dire, laissant de côté la variété des points de vues. La logique classique résulte de la logique spéculaire par l'identification $\sharp = \flat$ et les identifications $x = y = z = ... = \star$ de tous les points de vues en un seul $\star$.

1) Nous utiliserons le yoga suivant que nous appellerons le *va-et-vient local/global des opérateurs*. Le lecteur embarrassé par le caractère abstrait de ce qui suit pourra se reporter directement au cas qui nous intéresse explicitement ici, à savoir aux formules ($\sharp$) et ($\flat$) du paragraphe 2 et aux formules qui suivent exprimant dans la situation envisagée le calcul explicite des localisations et globalisations des opérations logiques. Toutefois la généralité que nous adoptons pour commencer maintenant a pour intérêt de rendre transparentes les propriétés universelles en jeu.

Soit $F \dashv U(\epsilon, \eta)$ une *adjonction*, soit la donnée de deux foncteurs $U : \mathcal{C} \to \mathcal{D}$ et $F : \mathcal{D} \to \mathcal{C}$ avec deux transformations naturelles $\eta : 1_{\mathcal{D}} \to UF$ et $\epsilon : FU \to 1_{\mathcal{C}}$ telles que $\epsilon_F.F\eta = 1_F$ et $U\epsilon.\eta_U = 1_U$, de sorte que $f \mapsto (Uf).\eta_D$ détermine une bijection naturelle $\mathcal{C}(FD, C) \cong \mathcal{D}(D, UC)$ notée brièvement : $\frac{FD \to C}{D \to UC}$.

Soit $\Phi : \mathcal{C}at \to \mathcal{C}at$ un 2-foncteur. Alors on a $\Phi F \dashv \Phi U(\Phi\epsilon, \Phi\eta)$. On note $Y : \Phi \rightsquigarrow \mathcal{D}$ un objet de $\Phi\mathcal{D}$, et $(\Phi F)(Y) = F.Y = Y^{ri}$, et $(\Phi\eta)_Y = \eta.Y = \alpha^+ : Y \to U.Y^{ri}$. On a donc, pour tout $Y : \Phi \rightsquigarrow \mathcal{D}$ et $P : \Phi \rightsquigarrow \mathcal{C}$ la bijection naturelle $\frac{Y^{ri} \to P}{Y \to U.P}$. On dira que Y^{ri} est un *relèvement inductif* de Y le long de U.

Soit $F' \dashv U'(\epsilon', \eta')$ une autre adjonction, avec $U' : \mathcal{C}' \to \mathcal{D}'$ et $F' : \mathcal{D}' \to \mathcal{C}'$, et soit $\Psi : \mathcal{C}at^{op} \to \mathcal{C}at$ un 2-foncteur. Alors on a $\Psi U' \dashv \Psi F'(\Psi\eta', \Psi\epsilon')$. On note $X' : \mathcal{C}' \rightsquigarrow \Psi$ un objet de $\Psi\mathcal{C}'$, et $(\Psi F')(X') = X'.F' = X'^{ep}$, et $(\Psi\eta')_{X'} = X'.\eta' = \pi : X'^{ep}.U' \to X'$. On a donc, pour tout $X' : \mathcal{C}' \rightsquigarrow \Psi$ et $Q' : \mathcal{D}' \rightsquigarrow \Psi$ la bijection naturelle $\frac{Q' \to X'^{ep}}{Q'.U' \to X'}$. On dira que X'^{ep} est une *extension projective* de X' le long de U'.

Soit $\Gamma : \mathcal{C}at^{op} \times \mathcal{C}at \to \mathcal{C}at$ un 2-foncteur. Par exemple, on peut prendre pour $\Gamma(\mathcal{C}', \mathcal{C})$ la catégorie $\mathrm{Nat}(\mathcal{C}', \mathcal{C})$ ayant pour objets les foncteurs de $\mathcal{C}'$ vers $\mathcal{C}$ et pour morphismes les transformations naturelles entre ces foncteurs. On note $\mathcal{C}' \overset{X}{\rightsquigarrow} \mathcal{C}$ un objet de $\Gamma(\mathcal{C}', \mathcal{C})$ et $\mathcal{D}' \overset{Y}{\rightsquigarrow} \mathcal{D}$ un objet de $\Gamma(\mathcal{D}', \mathcal{D})$. En effectuant un relèvement inductif le long de U dans le cas $\Phi = \Gamma(\mathcal{C}', -)$ et une extension projective le long de U' dans le cas $\Psi = \Gamma(-, \mathcal{D})$, on a donc, pour $P : \mathcal{C}' \rightsquigarrow \mathcal{C}$ et $Q' : \mathcal{D}' \rightsquigarrow \mathcal{D}$ les bijections naturelles $\frac{(Q'.U')^{ri} \to P}{Y = Q'.U' \to U.P = X'}$ et $\frac{Y = Q'.U' \to U.P = X'}{Q' \to (U.P)^{ep}}$, de sorte que en posant $Q'^{\sharp} = (Q'.U')^{ri} = F.(Q'.U') = (F.Q').U' = (Q'^{ri}).U'$ et $P^{\vee} = (U.P)^{ep} = (U.P).F' = U.(P.F') = U.P^{ep}$ on a les foncteurs $(-)^{\sharp} : \Gamma(\mathcal{D}', \mathcal{D}) \to \Gamma(\mathcal{C}', \mathcal{C})$ et $(-)^{\vee} : \Gamma(\mathcal{C}', \mathcal{C}) \to \Gamma(\mathcal{D}', \mathcal{D})$ et l'adjonction $(-)^{\sharp} \dashv (-)^{\vee}$, avec donc la bijection naturelle $\frac{Q'^{\sharp} \to P}{Q' \to P^{\vee}}$.

De façon duale, si, pour le même U on a une adjonction $U \dashv G$, on a le *relèvement projectif* $Y^{rp} = G.Y$, avec la bijection naturelle $\frac{P \to Y^{rp}}{U.P \to Y}$. En particulier on a $\alpha^- : U.Y^{rp} \to Y$. Et, pour le même U' et une adjonction $U' \dashv G'$, on a l'*extension inductive* $X'^{ei} = X'.G'$, avec la bijection naturelle $\frac{X'^{ei} \to Q'}{X' \to Q'.U'}$. Puis, avec $Q'^{\flat} = (Q'.U')^{rp} = G.(Q'.U') = (G.Q').U' = Q'^{rp}.U'$ et $P^{\wedge} = (U.P)^{ei} = (U.P).G' = U.(P.G') = U.P^{ei}$ on a l'adjonction $(-)^{\wedge} \dashv (-)^{\flat}$, avec la bijection naturelle $\frac{P \to Q'^{\flat}}{P^{\wedge} \to Q'}$.

On pose $(-)^{d} = (-)^{\sharp}.(-)^{\vee}$ et $(-)^{b} = (-)^{\flat}.(-)^{\wedge}$.

Supposons de plus maintenant qu'en fait les catégories $\Gamma(\mathcal{C}',\mathcal{C})$ et $\Gamma(\mathcal{D}',\mathcal{D})$ soient des ensembles ordonnés. Dans ce cas, des adjonctions $(-)^{\sharp} \dashv (-)^{\vee}$ et $(-)^{\wedge} \dashv (-)^{\flat}$ il résulte que $\sharp \vee \sharp = \sharp$ et $\flat \wedge \flat = \flat$, et par suite $(\sharp\vee)^2 = \sharp\vee$ et $(\wedge\flat)^2 = \wedge\flat$, et de l'adjonction $(-)^{\wedge\sharp} \dashv (-)^{\vee\flat}$ il résulte que $\wedge\sharp\vee\flat\wedge\sharp = \wedge\sharp$ et $\vee\flat\wedge\sharp\vee\flat = \vee\flat$, et par suite $(\wedge\sharp\vee\flat)^2 = \wedge\sharp\vee\flat$ et $(\vee\flat\wedge\sharp)^2 = \vee\flat\wedge\sharp$, etc.

En particulier, pour tous ensembles ordonnés T et T' avec T complet (i.e. avec tous les sups et tous les infs), on peut considérer pour $\Gamma(T',T)$ l'ensemble $\mathrm{Ord}(T',T)$ des applications *croissantes* de T' vers T, ordonné "point par point" par :

$$f \leq g \text{ ssi } \forall t' \in T'(f(t') \leq g(t')).$$

On a alors les calculs point par point :

$$P^{\vee}(x) = U(\textstyle\bigwedge_{x \leq U'(y)} P(y)) \text{ et } P^{\wedge}(x) = U(\bigvee_{U'(y) \leq x} P(y)).$$

$$Q'^{\sharp}(y) = \textstyle\bigwedge_{Q'U'(y) \leq U(x)} x \text{ et } Q'^{\flat}(y) = \bigvee_{U(x) \leq Q'U'(y)} x.$$

2) On s'intéresse enfin, maintenant, plus spécifiquement, à la globalisation et la localisation des opérations logiques dans un topos de préfaisceaux.

Fixons donc une catégorie S et considérons le topos $\mathcal{E}ns^{S^{op}}$ des préfaisceaux sur S ou foncteurs de S^{op} vers la catégorie $\mathcal{E}ns$ des ensembles et applications. On note S_0 l'ensemble des objets de S. Fixons aussi un objet p de S, et considérons le foncteur $eva_p : \mathcal{E}ns^{S^{op}} \to \mathcal{E}ns : X \mapsto X(p) = X_p$ qui à tout foncteur X sur S^{op} associe sa valeur en p. Alors, si E est un foncteur fixé sur S^{op}, on note $\mathrm{Sub}(E)$ le treillis des sous-objets de E (i.e. des sous-foncteurs de E), on note $\mathrm{Sub}(E_p)$ le treillis des sous-ensembles de E_p, et on note $U_p : \mathrm{Sub}(E) \to \mathrm{Sub}(E_p)$ le foncteur (i.e. ici l'application croissante) qui à X associe X_p ; ce foncteur est donc la restriction de eva_p à $\mathrm{sub}(E)$. On prend $\Gamma = \mathrm{Ord}$. Pour $U = U_p$ et $U' = (U_p)^n$, On peut donc associer à tout *connecteur* propositionnel "localement" défini en p dans E, soit $\kappa : \mathrm{sub}(E_p)^n \to \mathrm{sub}(E_p)$ deux opérateurs "globalisés" dans E, notés donc $\kappa^{\sharp} : \mathrm{sub}(E)^n \to \mathrm{sub}(E)$ et $\kappa^{\flat} : \mathrm{sub}(E)^n \to \mathrm{sub}(E)$.

Avec les hypothèses ci-avant, soient E et F deux foncteurs fixés sur S^{op}, soit $U = U_p : \mathrm{sub}(E) \to \mathrm{sub}(E_p)$, et soit $U' = U'_p : \mathrm{sub}(E \times F) \to \mathrm{sub}(E_p \times F_p)$ le foncteur qui à $R \in \mathrm{sub}(E \times F)$ associe R_p (défini, comme U_p, par restriction de eva_p). Ce qui précède permet donc d'associer à tout *quanteur* "localement" défini en p dans E, relativement à F, soit $Q : \mathrm{sub}(E_p \times F_p) \to \mathrm{sub}(E_p)$ deux quanteurs "globalisés" dans E relativement à F, notés donc $Q^{\sharp} : \mathrm{sub}(E \times F) \to \mathrm{sub}(E)$ et $Q^{\flat} : \mathrm{sub}(E \times F) \to \mathrm{sub}(E)$.

On appelle opérateurs logiques les connecteurs et les quanteurs. On notera un opérateur par ω. Pour indiquer la dépendance vis-à-vis de l'objet p, on écrira $\sharp[p]$ et $\flat[p]$ à la place de $\sharp$ et $\flat$. Ainsi on notera, si besoin est, $\omega^{\sharp[p]}$ pour $\omega^{\sharp}$ et $\omega^{\flat[p]}$ pour $\omega^{\flat}$.

On a donc, pour tout opérateur ω défini localement en p et λ défini globalement :

$\frac{\omega^{\sharp[p]} < \lambda}{\omega.U_p^n \leq U_p.\lambda}$ et donc $\omega^{\sharp[p]} = \bigcap_{\omega.U_p^n \leq U_p.\lambda} \lambda$, et $\frac{\lambda < \omega^{\flat[p]}}{U_p.\lambda \leq \omega.U_p^n}$ et donc $\omega^{\flat[p]} = \bigcup_{U_p.\lambda \leq \omega.U_p^n} \lambda$.

Soit $P \subset S_0$, et E un préfaisceau sur S. Si A est défini en P dans E, i.e. si A est la donnée pour tout $p \in P$ d'un sous-ensemble A_p de E_p, soit si A est un sous-foncteur de E_P (restriction de E à P), on pose, pour tout $q \in S_0$, en notant $]q, P[$ l'application dont les restrictions aux E_p sont les E_u, pour $u : q \to p$, et en notant $[P, q]$ l'application dont les projetées sur les E_p sont les E_v, pour $v : p \to q$:

$$(\sharp) : \quad (A^{\sharp P})_q = \bigcap_{A \subset B_P, B \subset E} B_q = \bigcup_{p \in P} (A_p^{\sharp[p]})_q = \bigcup_{q \xrightarrow{u} p \in P} E(u)(A_p)$$
$$= (\coprod E_p \xrightarrow{]q,P[} E_q)(\coprod A_p),$$
$$(\flat) : \quad (A^{\flat P})_q = \bigcup_{B_P \subset A, B \subset E} B_q = \bigcap_{p \in P} (A_p^{\flat[p]})_q = \bigcap_{P \ni p \xrightarrow{v} q} E(v)^{-1}(A_p)$$
$$= (E_q \xrightarrow{[P,q]} \prod E_p)^{-1}(\prod A_p),$$

et on a

$$(\star) : \quad \frac{A^{\sharp P} < B}{A \leq B_P} \quad \text{et} \quad \frac{B < A^{\flat P}}{B_P \leq A}.$$

Considérons par exemple le cas où $S = \{0 \xrightarrow{2} 1\}$. La donnée de E est donc la donnée de 2 ensembles E_0 et E_1 et d'une fonction $\phi : E_1 \to E_0$. Un sous-objet X de E est la donnée d'un couple (X_1, X_0) où $X_0 \subset E_0$ et $X_1 \subset E_1$ tel que $\phi(X_1) \subset X_0$ i.e. tel que $X_1 \subset \phi^{-1}(X_0)$.

Les formules ($\sharp$) et ($\flat$) donnent , pour $X_0 \subset E_0$ et pour $X_1 \subset E_1$:

$$(X_0)^{\sharp[0]} = (\emptyset, X_0) \text{ et } (X_0)^{\flat[0]} = (\phi^{-1}(X_0), X_0),$$
$$(X_1)^{\sharp[1]} = (X_1, \phi(X_1)) \text{ et } (X_1)^{\flat[1]} = (X_1, E_0).$$

Dans le cas général on a toujours $(A^{\flat P})_P \leq A \leq (A^{\sharp P})_P$, c'est-à-dire que P "reçoit" ce qu'il "émet" en mode $\flat$ (resp. $\sharp$) comme "moins" (resp. plus) que ce qu'il avait à "dire". D'où le choix des notations $\flat$ et $\sharp$, marques donc d'un manque ou d'un excès (inévitables pour dire).

Dans le cas général, les globalisations et les localisations des opérations logiques s'effectuent alors par :

$$\omega^{\sharp P}(Z) = (\omega(Z_P))^{\sharp P} \text{ et } \omega^{\flat P}(Z) = (\omega(Z_P))^{\flat P},$$
$$\omega^{\vee P}(W) = (\omega(W^{\sharp P}))_P \text{ et } \omega^{\wedge P}(W) = (\omega(W^{\flat P}))_P.$$

Pour ω un opérateur globalement défini (et monotone) on détermine ses *altérations* par P, qui sont aussi des opérateurs globalement définis et monotones, par :

$$\omega^{dP} := (\omega^{\vee P})^{\sharp P},\ \omega^{bP} := (\omega^{\wedge P})^{\flat P},$$
$$\omega^{qP} := (\omega^{\wedge P})^{\sharp P},\ \omega^{pP} := (\omega^{\vee P})^{\flat P}.$$

Les altérations vérifient :

$$q \circ p = d \text{ et } p \circ q = b,$$
$$d \circ b = q \text{ et } b \circ d = p,$$

et en particulier, fondamentalement, les opérateurs monotones d et b satisfont à :

$$d \circ b \circ d \leq d \leq d^2 \leq 1 \leq b^2 \leq b \leq b \circ d \circ b.$$

De là résulte que d et b sont des opérateurs d'ouverture et de fermeture quasi-inverses et que q est adjoint à gauche à p.

La structure des altérations ainsi dégagée est la trace au niveau global du "recours" à la "localité" P.

Si, pour un même P fixé, on effectue plusieurs va-et-vient entre le local et le global, la structure de ces va-et-vient est réglée par le formulaire (où, par exemple, $\flat\wedge$ signifie $(-)^{\wedge} \circ (-)^{\flat}$) :

$$
\begin{array}{cccc}
 & \flat\wedge \leq 1 \leq \sharp\vee & \vee\sharp \leq 1 \leq \wedge\flat & \\
\wedge\sharp\wedge = \wedge & \wedge\sharp\vee = \wedge(\sharp\vee) & \sharp\wedge\sharp = \sharp & \sharp\wedge\flat = \sharp(\wedge\flat) \\
\wedge\flat\wedge = \wedge & \wedge\flat\vee = \wedge(\sharp\vee) & \sharp\vee\sharp = \sharp & \sharp\vee\flat = \sharp(\wedge\flat) \\
\vee\sharp\wedge = \vee(\flat\wedge) & \vee\sharp\vee = \vee & \flat\wedge\sharp = \flat(\vee\sharp) & \flat\wedge\flat = \flat \\
\vee\flat\wedge = \vee(\flat\wedge) & \vee\flat\vee = \vee & \flat\vee\sharp = \flat(\vee\sharp) & \flat\vee\flat = \flat
\end{array}
$$

3) La logique spéculaire va résulter de l'effet du va-et-vient local/global sur les opérateurs *classiques* ω dont on dispose aux niveaux locaux. Ses règles seront donc obtenues par croisement des pures règles du va-et-vient dont nous avons donné les premiers principes au paragraphe précédent avec les règles de la logique classique. De seconds principes réglant les successions de va-et-vient différents (relatifs à des P, P', etc distincts) détermineront en propre la théorie de la communication entre les localités via la globalité. Les règles de la logique classique sont formulées en termes d'*inégalités* et de *compositions* entre les opérateurs. Leur "déformation" en règles de la logique spéculaire repose sur d'une part la monotonie des globalisations $\sharp$ et $\flat$, et d'autre part leur caractère universel, d'où résulte, pour la composition les principes suivants :

Si ω_1 et ω_2 sont des opérateurs locaux composables on a :

$$\omega_2^{\sharp} \circ \omega_1^{\sharp} \geq (\omega_2 \circ \omega_1)^{\sharp} \geq \omega_2^{\sharp} \circ \omega_1^{\flat},$$
$$\omega_2^{\flat} \circ \omega_1^{\sharp} \geq (\omega_2 \circ \omega_1)^{\flat} \geq \omega_2^{\flat} \circ \omega_1^{\flat}.$$

Un principe subsidiaire important est le suivant :

Si λ et ρ sont des opérateurs locaux adjoints ($\lambda \dashv \rho$), alors $\lambda^{\sharp}$ et $\rho^{\flat}$ sont des opérateurs globaux adjoints ($\lambda^{\sharp} \dashv \rho^{\flat}$).

Naturellement des règles similaires ont lieu pour la localisation.

Par exemple si l'on considère la négation classique N et $P = S_0$, alors dans le topos des préfaisceaux sur S il advient que $N^{\flat S_0}$ est la négation intuitioniste, et que $N^{\sharp S_0}$ est la co-négation co-intuitioniste. On a aussi que $\exists^{\sharp S_0}$ est le $\exists$ intuitioniste et que $\forall^{\flat S_0}$ est le $\forall$ intuitioniste. Les règles (intuitionistes) concernant ces opérateurs résultent formellement des règles classiques et des règles sur le va-et-vient ci-dessus. Ce faisant les règles classiques sont divisées en deux. Par exemple (en omettant d'écrire le S_0) on a :

$$N^{\flat}N^{\flat} \geq 1 \text{ et } N^{\sharp}N^{\sharp} \leq 1,$$

et on a :

$$\exists^{\flat} \geq N^{\flat}\forall^{\sharp}N^{\sharp} \text{ et } \exists^{\flat} \leq N^{\flat}\forall^{\flat}N^{\flat}, \text{ etc.}$$

De façon générale, si dans le topos des préfaisceaux sur S est donné un morphisme $f : F \to E$, et si l'on note f_P la restriction de f à P, les globalisations des quantifications classiques le long de f_P sont en fait les altérations (vis-à-vis de P) des quantifications intuitionnistes le long de f :

$$(\forall f_P)^{\sharp P} = (\forall f)^{dP},\ (\forall f_P)^{\flat P} = (\forall f)^{\flat P},\ (\exists f_P)^{\sharp P} = (\exists f)^{dP},\ (\exists f_P)^{\flat P} = (\exists f)^{\flat P}.$$

4) Ceci dit, nous appellons *énoncé spéculaire* du premier ordre la donnée d'un énoncé classique du premier ordre où de plus chaque opérateur et chaque variable propositionnelle libre est marqué en indice supérieur d'une indication αx avec $\alpha \in \{\sharp, \flat\}$ et avec x une lettre. Ces indications suplémentaires constituent ce que nous appellerons la *spéculation.* Par exemple si l'on prend l'énoncé classique $A \wedge NA$, alors $A^{\flat x} \wedge^{\sharp y} N^{\sharp x} A^{\flat z}$ est un énoncé spéculaire associé, dont la spéculation proprement dite est la séquence : $\flat x \sharp y \sharp x \flat z$.
Une *interprétation* d'un énoncé spéculaire propositionnel consiste alors en le choix d'une catégorie S, l'attribution à chaque lettre x de la spéculation d'une partie P de S_0, le choix d'un préfaisceau E sur S, l'attribution à chaque variable propositionnelle d'un sous-objet de E. L'énoncé est alors interprété comme un sous-objet de E en interprétant les opérateurs marqués comme les globalisations indiquées des opérateurs classiques correspondant aux niveaux locaux. On procède de même pour les énoncés avec quantifications. S'il arrive que l'interprétation obtenue n'est pas l'objet 0 du topos de préfaisceaux considéré, on dit alors que la spéculation et l'interprétation constituent une *tenue* de l'énoncé classique considéré.

Ce qui arrive, c'est que tout énoncé classique peut tenir, c'est-à-dire peut, par l'introduction d'un jeu convenable dans une globalité (S) de points de vues (les P) et de manières de dire (les $\sharp$ et les $\flat$) au cours de l'énonciation, donner lieu à un objet qui, au moins d'un point de vue, n'est pas vide. Bref, faire tenir c'est arriver à pouvoir considérer ce qui est dit comme non intégralement vide, et c'est toujours possible. Mais ce n'est pas possible n'importe comment, cela dépend d'ailleurs non seulement de la valeur de vérité classique de l'énoncé, mais de sa forme explicite. De fait la théorie de la Vérité vient ensuite. La Vérité de l'énoncé sera constituée à partir de la catégorie de toutes les tenues de cet énoncé, laquelle constitue ce que nous appellerons la *cohérence* de l'énoncé. De fait la Vérité de l'énoncé consiste en les propriétés catégoriques de sa cohérence, par exemple le fait que celle-ci admette un objet terminal, ou bien le fait qu'elle soit connexe, ce qui en effet indique qu'entre toutes les tenues possibles un "principe objectif" peut circuler, indépendant de chaque tenue "subjective", principe duquel les tenues s'autorisent en quelque sorte. Une fois un tel principe élucidé, on peut dire que chaque tenue tient parce que c'est "vrai", est une tenue vraie. En tant qu'elle "gère", à propos d'un énoncé donné, la variation même des sous-entendus, la cohérence - et ses propriétés (la "Vérité" de l'énoncé), constitue donc le point de départ d'une théorie formelle du malentendu entre les locuteurs.